

POLITECHNIKA WARSZAWSKA

DYSCYPLINA NAUKOWA INFORMATYKA TECHNICZNA
I TELEKOMUNIKACJA /
DZIEDZINA NAUK INŻYNIERYJNO-TECHNICZNYCH

Rozprawa doktorska

mgr inż. Maciej Sosnowski

**Metody analityczne wspomagające projektowanie izolowanych
łączy wirtualnych w systemach telekomunikacyjnych**

Promotor
prof. dr hab. inż. Wojciech Burakowski,
prof. zw. Politechniki Warszawskiej

WARSZAWA 2023

Podziękowania

*Chciałbym serdecznie podziękować promotorowi prof. Wojciechowi Burakowskiemu
za cenne uwagi, zaangażowanie i poświęcony czas.*

*Chciałbym także złożyć podziękowania całemu Zespołowi Architektur i Zastosowań Internetu
za życzliwość i okazaną pomoc.*

*Pragnę również złożyć wyrazy wdzięczności Mojej Rodzinie
za ciągłe wsparcie i ogromną cierpliwość.*

Streszczenie

Praca dotyczy metod analizy systemu kolejkowego z pojedynczym urządzeniem obsługującym i możliwością oczekiwania w kolejce (o skończonej lub nieskończonej długości) zadań na obsługę. System obsługuje pewną liczbę niezależnych strumieni pakietów, które są przesyłane przez to samo łącze transmisyjne. Analizowany system charakteryzuje się tym, że przekaz pakietów należących do danego strumienia nie wpływa na jakość przekazu pakietów należących do pozostałych strumieni. Taka własność systemu nazywa się „zapewnieniem izolacji” (ang. *performance isolation*) i jest wymagana m.in. w systemach zwirtualizowanych, takich jak łącza czy węzły wirtualne.

W szczególności, w pracy zaproponowano metody analizy systemu, w którym wykorzystuje się algorytm szeregowania pakietów oparty na cyklu, oraz modyfikację tego algorytmu zakładającą uwzględnienie priorytetów nieprzerywających. Wyniki otrzymane z metod analitycznych zostały porównane z wynikami symulacyjnymi.

Ostatecznie, zaproponowane metody zostały zastosowane w Systemie IIP do wyznaczania przepływności bitowych i charakterystyk przekazu pakietów dla poszczególnych łączy wirtualnych wykorzystujących to samo łącze fizyczne.

Abstract

This dissertation concerns analysis methods of a queuing system with a single serving device and the possibility of tasks waiting in a queue (of finite or infinite length) for their service. The system supports a number of independent packet streams that are sent over the same transmission link. The analysed system is characterised by the fact that the transmission of packets belonging to a given stream does not affect the transmission quality of packets belonging to other streams. This system property is called "performance isolation" and is required, e.g. in virtualised systems such as virtual links or virtual nodes.

In particular, the paper proposes methods for analysing a system that uses a cycle-based packet scheduling algorithm and a modification of this algorithm that takes into account non-interrupting priorities. The results obtained from the analytical methods were compared with simulations.

Finally, the proposed methods were used in the IIP System to determine the bit rate and packet transfer characteristics for virtual links using the same physical link.

1	Tematyka i tezy pracy	9
1.1	Wprowadzenie	9
1.2	Cel i zakres pracy	10
1.3	Tezy pracy	11
1.4	Struktura pracy	12
2	Umieszczenie wirtualizacji infrastruktury sieciowej w ewolucji sieci	13
2.1	Metody tworzenia izolowanych łączy wirtualnych	18
3	Mechanizm szeregowania pakietów oparty na cyklu	21
3.1	Umieszczenie analizowanego systemu w rodzinie systemów z wakacjami	22
3.2	Analiza systemu – system dyskretny	25
3.2.1	Rozkład stanu systemu	28
3.2.2	Rozkład czasu przebywania pakietu w systemie	40
3.2.3	Prawdopodobieństwo straty pakietu	55
3.3	Analiza systemu – system z czasem ciągłym	60
3.3.1	Przybliżona zależność na średni czas oczekiwania	60
4	Mechanizm z priorytetami szeregowania pakietów oparty na cyklu	71
4.1	Analiza systemu – system dyskretny	73
4.1.1	Rozkład stanu systemu	74
4.1.2	Wybrane własności badanego systemu	78
4.2	Analiza systemu – system z czasem ciągłym	84
4.2.1	Zachowanie work-conserving vs izolacja parametrów obsługi	84
4.2.2	Przybliżona zależność na średni czas oczekiwania	91
5	System IIP jako przykład systemu wykorzystującego technikę wirtualizacji infrastruktury sieciowej	95
6	Podsumowanie	97
	Załącznik A. Opis opracowanych narzędzi symulacyjnych i analitycznych	98
	Literatura	100
	Wykaz skrótów	107
	Wykaz symboli i oznaczeń	109
	Spis rysunków	111
	Spis tabel	113

1 Tematyka i tezy pracy

1.1 Wprowadzenie

Funkcjonalność Internetu jest stale wzbogacana, co jest głównie związane z chęcią wprowadzania nowych aplikacji, jak np. ostatnio aplikacje związane z Internetem Rzeczy [1], [2]. Jednocześnie rozszerzenie funkcjonalności Internetu wymaga opracowania i wdrożenia nowych algorytmów i mechanizmów, które przed wdrożeniem muszą zostać przetestowane pod kątem wydajności i poprawności działania. W tym celu korzystamy z metod analitycznych i metod symulacyjnych, które bazują na modelu danego rozwiązania, oraz z infrastruktur badawczych [3], [4], które umożliwiają przeprowadzenie badań w warunkach zbliżonych do rzeczywistych.

Praca dotyczy metod analizy systemu kolejkowego z pojedynczym urządzeniem obsługującym i możliwością oczekiwania w kolejce (o skończonej lub nieskończonej długości) zadań na obsługę. System obsługuje pewną liczbę niezależnych strumieni pakietów, które są przesyłane przez to samo łącze transmisyjne. Analizowany system charakteryzuje się tym, że przekaz pakietów należących do danego strumienia nie wpływa na jakość przekazu pakietów należących do pozostałych strumieni. Taka własność systemu nazywa się „zapewnieniem izolacji” (ang. *performance isolation*) i jest wymagana m.in. w systemach zwirtualizowanych, takich jak łącza czy węzły wirtualne [5].

W pracy skupiono się na analizie systemu wykorzystującego algorytm szeregowania pakietów oparty na cyklu (ang. *cycle-based scheduler*), czyli analizie systemu TDMA (ang. *Time Division Multiple Access*) [6] i jego modyfikacji.

Jak wspomniano powyżej, znaczenie takiego systemu obsługi jest szczególnie ważne przy budowaniu systemów wykorzystujących wirtualizację infrastruktury sieciowej, która to technika była zastosowana z powodzeniem np. przy budowie sieci z obszaru Internetu Przyszłości (ang. *Future Internet*) [7], [8], [9], a w ostatnich latach również przy zaprojektowaniu sieci 5G [10], [11] i projektowaniu 6G [12], [13]. Wirtualizacja infrastruktury sieciowej umożliwia ustanowienie wielu niezależnych systemów wirtualnych (logicznych) wykorzystujących tę samą infrastrukturę fizyczną, co umożliwia m.in. efektywniejsze wykorzystanie zasobów fizycznych. Jednym z ważnych zagadnień dotyczących techniki wirtualizacji jest wymaganie zapewnienia izolacji pomiędzy systemami wirtualnymi. Możemy

powiedzieć, że dana grupa systemów wirtualnych działa w izolacji wtedy, kiedy wydajność działania każdego z tych systemów nie zależy od działania pozostałych systemów.

Ważnym elementem projektowania każdego systemu (nie tylko wirtualnego), jest jego prawidłowe wymiarowanie [14], [15]. Proces ten polega na dobraniu parametrów systemu w taki sposób, aby mógł on obsłużyć określoną intensywność napływu żądań z założoną jakością obsługi (określoną przez parametry obsługi). Przykładowo, wymiarowaniu mogą podlegać takie zasoby jak pojemność bufora, czy też wybór liczby węzłów pośredniczących dla sieci BLE Mesh (ang. *Bluetooth Low Energy*) [16], [17], [18], lub określenie pojemności zasobów w federacjach chmur obliczeniowych [19]. Zaproponowane w pracy metody analityczne są użyteczne przy podziale szybkości bitowych łączy dla poszczególnych strumieni pakietów przesyłanych jednym łączem fizycznym, który to podział realizuje się przez określenie parametrów cyklu zarządzającego dostępem do łącza.

1.2 Cel i zakres pracy

Zasadniczym celem pracy jest zaproponowanie metod analitycznych dla wspomagania procesu projektowania systemów telekomunikacyjnych wykorzystujących techniki wirtualizacji. Przykładem takiego systemu jest System IIP, który został wyspecyfikowany, zaimplementowany i przetestowany w ramach Projektu Inżynieria Internetu Przyszłości [20], [21]. System ten zakłada współistnienie w ramach jednej infrastruktury fizycznej trzech Równoległych Internetów (RI) [7], czyli sieci IPv6 QoS [22], sieci CAN [23] i sieci DSS [24]. W Systemie IIP do tworzenia łączy wirtualnych pomiędzy sąsiednimi węzłami wirtualnymi należącymi do tego samego RI zastosowano mechanizm szeregowania pakietów oparty na cyklu, tzw. Mechanizm CB.

W pracy przedstawiono sposób działania Mechanizmu CB oraz propozycji jego modyfikacji, które umożliwiają obsługę pakietów ze zmiennymi priorytetami, tj. Mechanizmy CB+P (ang. *cycle-based scheduler with time alternating priorities*) oraz CB+P+GT (ang. *cycle-based scheduler with time alternating priorities and guard times*). W szczególności przedstawiono przykładowe wyniki numeryczne dotyczące oceny wydajności powyżej wspomnianych mechanizmów. W tym celu wykorzystano opracowane metody analityczne i symulacyjne.

1.3 Tezy pracy

W pracy zdefiniowano następujące cztery tezy:

Teza 1.

Zaproponowana metoda analityczna dla systemu wykorzystującego Mechanizm CB jest metodą dokładną i pozwala na obliczenie: (i) rozkładu prawdopodobieństwa zmiennej losowej opisującej stan systemu, (ii) rozkładu prawdopodobieństwa zmiennej losowej opisującej czasu przebywania pakietu w systemie, oraz (iii) prawdopodobieństwa straty pakietu dla przypadku systemu ze skończoną długością kolejki.

Teza 2.

Zaproponowana metoda analityczna dla systemu wykorzystującego Mechanizm CB+P jest metodą dokładną i pozwala na obliczenie rozkładu prawdopodobieństwa zmiennej losowej opisującej stan systemu

Teza 3.

Wprowadzając priorytety nieprzerywające w Mechanizmie CB, zdefiniowano Mechanizm CB+P, którego użycie istotnie zmniejsza średni czas oczekiwania pakietów na obsługę i powoduje jedynie nieznaczny wpływ transmisji pakietów należących do danego strumienia na transmisję pakietów należących do pozostałych strumieni.

Teza 4.

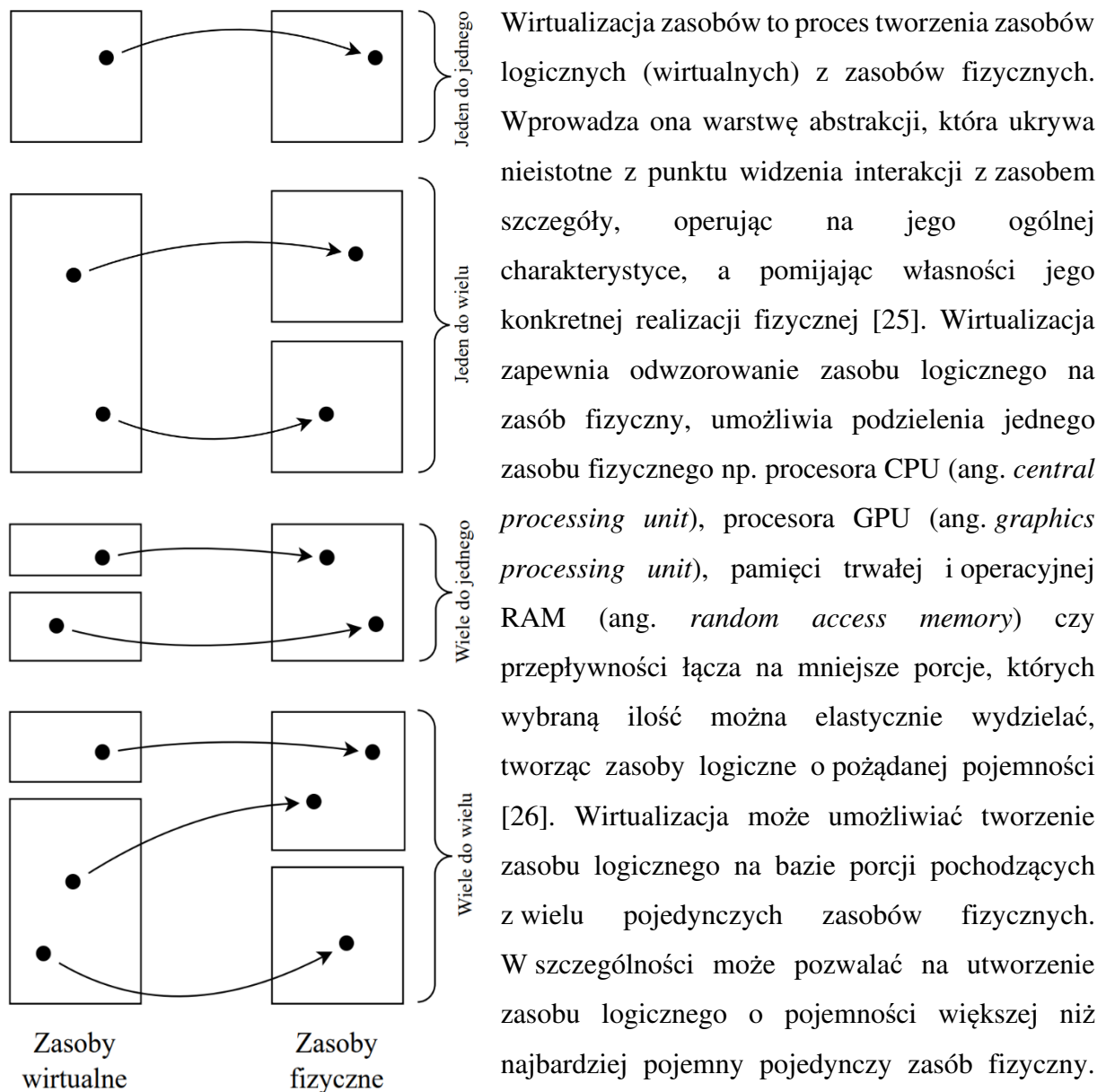
Analizowany Mechanizm CB w sposób dokładny modeluje sposób tworzenia łączy wirtualnych na łączach wyjściowych z urządzenia umożliwiającego wirtualizację, który został zastosowany w Systemie IIP.

1.4 Struktura pracy

Pozostała część pracy jest zorganizowana następująco. W rozdziale 2. przedstawiono koncepcję wirtualizacji infrastruktury sieciowej ze szczególnym uwzględnieniem sposobów tworzenia łączy wirtualnych. W rozdziale 3. przedstawiono (i) koncepcję systemu szeregowania pakietów wykorzystującego Mechanizm CB, (ii) umiejscowienie tego systemu w klasyfikacji systemów z wakacjami, (iii) założenia analizowanego modelu, oraz (iv) proponowane metody wyznaczania parametrów obsługi pakietów (rozkładu stanu systemu, czasu przebywania pakietu w systemie oraz prawdopodobieństwa straty pakietu). W rozdziale 4. opisano działanie Mechanizmów CB+P oraz CB+P+GT. Ponadto, przedstawiono analizę systemu CB+P oraz wybrane wyniki numeryczne porównujące efektywność działania tych algorytmów z algorytmem CB. W rozdziale 5. omówiono umiejscowienie Mechanizmu CB w Systemie IIP. Ostatecznie rozdział 6. podsumowuje pracę.

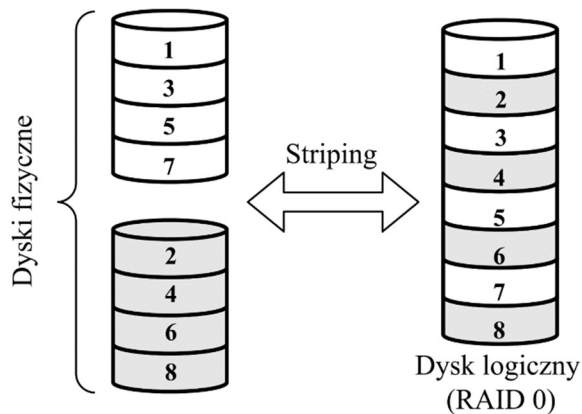
2 Umieszczenie wirtualizacji infrastruktury sieciowej w ewolucji sieci

W tym rozdziale przedstawiona zostanie koncepcja wirtualizacji infrastruktury sieciowej, która polega na uruchomieniu w ramach jednej infrastruktury fizycznej węzłów wirtualnych należących do różnych sieci, w sposób zapewniający izolację wydajności obsługi w ramach poszczególnych węzłów przy jednoczesnym efektywnym wykorzystaniu ogółu zasobów fizycznych [1]. Wirtualizacja jest jedną z kluczowych technik umożliwiającą budowanie nowoczesnych systemów teleinformatycznych.



Rys. 2.1 Różne możliwości odwzorowania zasobów wirtualnych na zasoby fizyczne, źr.: opracowanie własne, na podstawie [25].

pojemności utworzono zasoby wirtualne, które są w relacji (i) jeden do jednego (ta sama pojemność zasobu wirtualnego i fizycznego), (ii) jeden do wielu (pojemność zasobu wirtualnego jest sumą kilku zasobów fizycznych), (iii) wiele do jednego (pojemność zasobu fizycznego jest dzielona między kilka zasoby wirtualne) i (iv) wiele do wielu (suma zasobów fizycznych jest dzielona między zasoby wirtualne) [25].



Rys. 2.2 Dysk logiczny utworzony z dwóch dysków fizycznych (RAID 0), źr.: opracowanie własne.

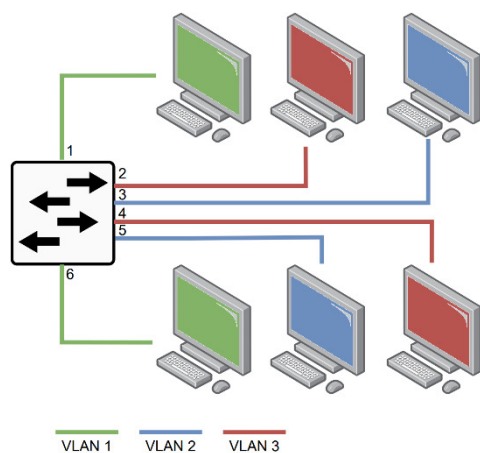
Sposób w jaki dokonywana jest wirtualizacja danego zasobu może wpływać na różnice w jego wydajności i/lub niezawodności względem zasobu fizycznego o tej samej pojemności. Przykładowo połączenie dwóch dysków HDD/SSD (ang. *hard disk drive / solid-state drive*) w konfiguracji RAID 0 (ang. *Redundant Array of Independent Disks*), jak na Rys. 2.2, tworzy dysk logiczny o rozmiarze dwukrotnie większym niż

pojedynczy dysk. W konfiguracji RAID 0 część danych jest przechowywana na jednym, a część na drugim dysku fizycznym (tzw. *striping*), więc -przynajmniej potencjalnie- możliwy jest szybszy odczyt i zapis danych, gdyż każdą z tych operacji można zrównoleglić, poszerzając wąskie gardło jakim jest szybkość odczytu i zapisu na pojedynczym dysku fizycznym [27]. W takim przypadku jednak zmniejsza się niezawodność dysku logicznego – awaria jednego z dwóch dysków fizycznych skutkuje awarią dysku logicznego. Z drugiej strony połączenie dwóch dysków fizycznych w konfiguracji RAID 1 (przechowywanie kopii danych na obu dyskach) powoduje, że dysk logiczny ma pojemność jak pojedynczy dysk fizyczny, ale ma większą niezawodność [28] – dopóki przynajmniej jeden dysk fizyczny działa poprawnie, dysk logiczny działa poprawnie. Powyższy przykład pokazuje, że tworzenie zasobu logicznego może być wykonane na wiele sposobów, a sposób ten wpływa na jego właściwości.

Na bazie zwirtualizowanych zasobów można tworzyć -szeroko rozumiane- systemy wirtualne. Zastosowanie wirtualizacji pozwala na przydzielenie systemowi wirtualnemu określonej, ograniczonej ilości zasobów wymaganych do zapewnienia założonego poziomu możliwości obsługi, a także na zwiększanie/zmniejszanie ilości przydzielonych zasobów, tym samym pozwalając na efektywne wykorzystanie ogółu zasobów. System wirtualny powinien zapewniać funkcjonalność nie mniejszą niż odpowiadający mu system fizyczny. Jednocześnie działanie kilku systemów wirtualnych uruchomionych na jednej infrastrukturze fizycznej nie

powinno się wzajemnie zakłócać, tzn. parametry obsługi jednego systemu wirtualnego nie powinny zależeć od poziomu obciążenia innego systemu wirtualnego. Powinna zostać zapewniona izolacja parametrów obsługi pomiędzy systemami. W praktyce nie zawsze jest to możliwe [29], [30], [31].

Przykładem prostego systemu wirtualnego może być pojedynczy system operacyjny uruchomiony w postaci maszyny wirtualnej (ang. *Virtual Machine, VM*) na zasobach centrum danych, który można porównać z systemem fizycznym, jakim jest system operacyjny uruchomiony bezpośrednio na komputerze. W tym przypadku dużą wadą systemu fizycznego będzie dysponowanie zawsze takimi samymi zasobami, które wynikają wprost z wchodzących w jego skład urządzeń fizycznych. Nawet jeśli do pełnienia stawianej systemowi funkcji wystarczyłyby tylko ułamek tych zasobów, wszystkie zasoby będą wykorzystywane przez ten jeden system. Korzystając z wirtualizacji, można utworzyć maszynę wirtualną o zasobach takich jak na wspomnianym komputerze fizycznym, ale też o dowolnie innej charakterystyce, właściwej dla przeznaczenia maszyny [32] - inne wymagania będzie mieć maszyna przeznaczona np. na bazę danych (dużo pamięci trwałej i operacyjnej), a inne maszyna przeznaczona np. do analizy strumienia wideo z wykorzystaniem mechanizmów sztucznej inteligencji (dużo rdzeni GPU)¹. W tym przypadku system wirtualny ma nawet większą funkcjonalność niż system fizyczny – umożliwia np. zapisanie i przywrócenie stanu systemu (tzw. migawki, ang. *snapshot*) czy jego zdalne włączenie. Maszyny wirtualne mogą być dynamicznie tworzone i usuwane, a zwolnione zasoby wracają do puli.



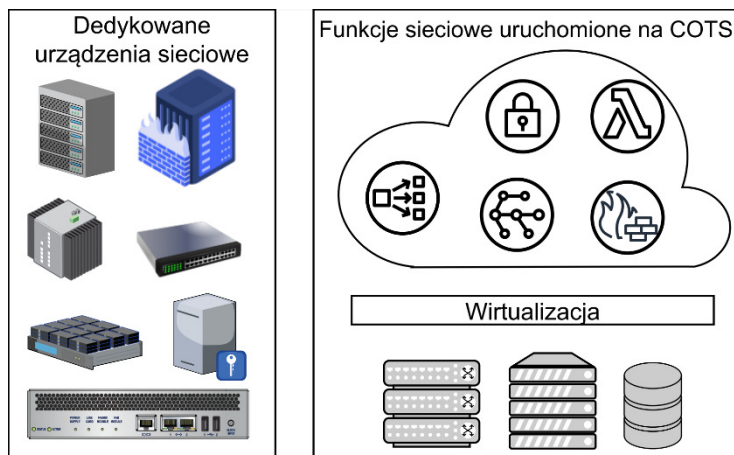
Rys. 2.3 Sieć VLAN, źr.: opracowanie własne.

Systemem wirtualnym może być też np. wirtualna sieć komputerowa. Jednym z najprostszych sposobów utworzenia sieci wirtualnej o zasięgu lokalnym jest wykorzystanie standardu 802.1Q [34], który opisuje działanie sieci VLAN (ang. *Virtual Local Area Network*). Sieci takie najczęściej definiuje się przyporządkowując odpowiednie porty przełączników tworzących sieć fizyczną do danych numerów VLAN (jak na Rys. 2.3), czyli dzieli się przełącznik fizyczny

na przełączniki logiczne należące do różnych VLANów, tym samym zapewniając/ograniczając widoczność pomiędzy wybranymi węzłami sieci dołączonymi do przełączników niezależnie od

¹ W przypadku chmury Amazon EC2 [33] wyróżnionych zostało 5 głównych typów maszyn wirtualnych: 1) ogólnego przeznaczenia; zoptymalizowanych pod kątem 2) CPU, 3) RAM, 4) GPU, 5) przestrzeni dyskowej.

ich fizycznego położenia i miejsca wpięcia do sieci fizycznej [35]. Rekonfiguracja sieci, czyli odłączenie/dołączenie węzła do danej sieci VLAN, nie wymaga ingerencji w sieć fizyczną, a jedynie w konfigurację przełącznika (tj. wymaga zmiany przypisanego numeru VLAN na danym porcie fizycznym). Zastosowanie techniki VLAN pozwala na wydzielenie lokalnej sieci logicznej z lokalnej sieci fizycznej, ale nie zapewnia izolacji parametrów obsługi ruchu przenoszonego w różnych VLANach, jeśli jedno łącze współdzielone jest przez kilka VLANów, a ramki danych ulegają multipleksacji.



Rys. 2.4 Funkcje sieciowe zastępujące dedykowane urządzenia, źr.: opracowanie własne, na podstawie [39].

Wraz z koniecznością obsługi coraz bardziej rozbudowanych scenariuszy sieciowych zwiększa się ilość pracy potrzebnej na skonfigurowanie poszczególnych mechanizmów w nich używanych. Odpowiedzią na ten problem było opracowanie koncepcji sieci sterowanej programowo (ang. *Software Defined Network*,

SDN) [36], [37], gdzie za konfigurację tych mechanizmów odpowiada sterownik sieci. Z kolei rozwój technik wirtualizacji oraz zwiększenie wydajności ogólnodostępnych serwerów, przełączników i pamięci masowej, tj. tzw. urządzeń COTS (ang. *Commercial off-the-shelf*), doprowadziły do koncepcji wirtualizacji funkcji sieciowych (ang. *Network Function Virtualization, NFV*) [38], w której wyspecjalizowane urządzenia sieciowe zostały zastąpione oprogramowaniem (jak na Rys. 2.4). W szczególności oprogramowaniem zostały zastąpione fizyczne przełączniki SDN (Open vSwitch, OvS [40]).

W tym miejscu należy także wspomnieć o koncepcji MEC (ang. *Multi-access Edge Computing*) [41], która zakłada przeniesienie części mocy obliczeniowej z centrum danych na brzeg sieci, dzięki czemu m.in. zmniejszane są opóźnienia obsługi żądań użytkowników -kluczowe dla usług sieci 5G- oraz ilość ruchu przesyłana przez sieć operatora. W tej koncepcji, dzięki wirtualizacji, przy punkcie dostępowym można zainstalować nawet pojedynczy serwer, który oprócz udostępniania zasobów obliczeniowych, pełni także funkcję wydajnego urządzenia sieciowego [42], [43]. Prototyp takiego systemu został opracowany przez polskie zespoły badawcze w ramach projektu SyMEC [44].

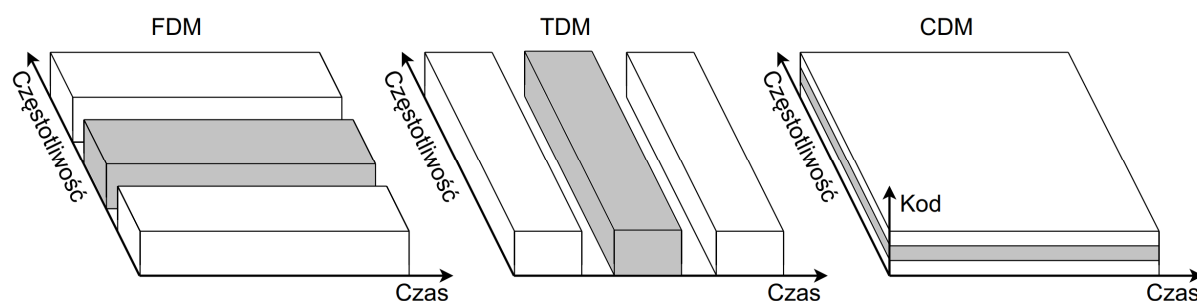
Połączenie technik SDN oraz NFV umożliwia tworzenie wirtualnej infrastruktury sieciowej, zbudowanej z instancji wirtualnych funkcji sieciowych (ang. *Virtual Network Functions, VNFs*), gdzie poszczególne instancje łączą sieć SDN. Ponieważ funkcje sieciowe realizowane są jako oprogramowanie (najczęściej w postaci maszyn wirtualnych, lub kontenerów Docker [45]), na jednym urządzeniu fizycznym można uruchomić wiele instancji danej funkcji sieciowej (np. rutera), a każda z tych instancji może być wykorzystywana w ramach niezależnych, równoległe działających sieci wirtualnych, tzw. „plastrów sieci” (ang. *network slices*) [46], [47].

Zapewnienie izolacji pomiędzy sieciami wirtualnymi jest jednym z głównych wyzwań stawianych przed techniką wirtualizacji infrastruktury sieciowej i jest problemem wielowymiarowym, który pojawia się w wielu obszarach tej techniki, począwszy od zapewnienia izolacji wydajności działania maszyn wirtualnych (funkcji sieciowych) czy zapewnienia założonych przepływności przewodowych i bezprzewodowych łączy wirtualnych, poprzez aspekty związane z zarządzaniem, bezpieczeństwem, atakami i propagowaniem się błędów między elementami należącymi do różnych sieci wirtualnych [48], [49], [50]. W tej pracy omówiony zostanie jedynie problem utworzenia łącza wirtualnego.

2.1 Metody tworzenia izolowanych łączy wirtualnych

W przypadku współdzielenia jednej infrastruktury fizycznej przez wiele sieci (systemów) wirtualnych jest konieczne utworzenie łączy wirtualnych łączących węzły należące do poszczególnych sieci. Tym samym jedno łącze fizyczne jest współdzielone przez kilka łączy wirtualnych².

Łącze wirtualne może zostać wydzielone w warstwie fizycznej np. przez zastosowanie multipleksacji z podziałem częstotliwości (ang. *Frequency-Division Multiplexing*, *FDM*), czasu (ang. *Time-Division Multiplexing*, *TDM*) czy multipleksacji z rozpraszaniem kodowym (ang. *Code-Division Multiplexing*, *CDM*). Porównanie tych typów multipleksacji zostało przedstawione na Rys. 2.5.



Rys. 2.5 Multipleksacja FDM, TDM, CDM, źr.: opracowanie własne, na podstawie [51].

W sieciach przewodowych technika FDM reprezentowana jest np. przez telewizję kablową, gdzie jednym kablem koncentrycznym, na różnych zakresach częstotliwości, przesyłane jest jednocześnie kilkadziesiąt transmisji, a odbiornik dostraja się do częstotliwości wybranego kanału [53]. Innym przykładem użycia techniki FDM może być np. multipleksacja z podziałem długości fali (ang. *Wavelength Division Multiplexing*, *WDM*) stosowana w sieciach światłowodowych [54], gdzie różnym łączom logicznym przyporządkowuje się różne kanały, którym odpowiadają określone długości fali.

W przypadku techniki CDM sygnał o określonej szerokości pasma jest rozpraszany na całe pasmo przenoszone przez łącze (medium) fizyczne, a następnie odzyskiwany w odbiorniku poprzez korelowanie z kodem, który ten sygnał rozpraszzał. W tym przypadku łącze wirtualne ma przypisany własny kod rozpraszający. Rozpraszanie widma sygnału wprowadza dodatkowe zabezpieczenie przed podsłuchem / identyfikacją transmisji, a także zmniejsza wpływ zakłóceń

² W ogólności możliwa jest także agregacja wielu łączy fizycznych w jedno łącze logiczne, np. poprzez protokół LACP (ang. *Link Aggregation Control Protocol*), IEEE 802.1AX [52].

wąskopasmowych [55]. Ten schemat multipleksacji jest najczęściej stosowany w łączach radiowych [56], ale także światłowodowych [57], [58].

Zarówno technika FDM, jak i CDM zakłada, że dany węzeł (system) wirtualny posiada nieprzerwany dostęp do łącza fizycznego, przy czym pojedyncze łącze wirtualne wykorzystuje tylko część całego dostępnego pasma przenoszonego przez łącze fizyczne, a tym samym proporcjonalną część jego przepustowości [59]. Technika TDM zakłada z kolei dostęp do pełnej przepustowości łącza fizycznego³, jednak tylko w określonych chwilach. Średnia przepływność tak utworzonego łącza wirtualnego wynika z proporcji przydziału czasu dostępu.

Przykładowo mechanizm realizujący komutację kanałów o stałej przepływności w sieci PSTN (ang. *Public Switched Telephone Network*) [60] czy ISDN (ang. *Integrated Services Digital Network*) [61] dzieli czas dostępu do łącza E1 o przepływności 2048 kb/s na cykle (ramki) składające się z 32 szczelin czasowych o równej długości. Każda z tych szczelin jest przypisana danemu połączeniu (łączu wirtualnemu), które otrzymuje dostęp do łącza fizycznego w określonej szczelinie czasowej każdego cyklu. Tym samym każde łącze wirtualne ma przepływność $2048 / 32 = 64$ [kb/s], a w przypadku sieci ISDN – n razy 64 [kb/s].

Dla ustalenia uwagi w dalszej części rozważania zostaną ograniczone do sieci pakietowych, tj. realizujących komutację pakietów, a nie kanałów. W sieciach pakietowych ilość danych do przesłania przez dane łącze wirtualne nie musi być stała w czasie – w szczególności może przekraczać możliwości obsługowe łącza, skutkując tworzeniem się kolejki pakietów. Nie rozróżniając jaki mechanizm wyższego poziomu steruje utworzeniem łącza wirtualnego w takiej sieci – czy jest to łącze wirtualne utworzone w systemie ATM (ang. *Asynchronous Transfer Mode*) [62], [63], Diffserv [64], MPLS-TE (ang. *Multiprotocol Label Switching - Traffic Engineering*) [65] lub innym – ostatecznie dostępem do łącza fizycznego zarządza mechanizm szeregowania pakietów (ang. *packet scheduler*). Mimo, że liczba popularnych algorytmów szeregowania może być liczona w dziesiątkach⁴, wciąż opracowywane są kolejne przeznaczone dla nowych zastosowań, np. [67], [68], [69]. Co więcej, z algorytmów tych można budować hierarchiczne struktury [70], co daje *de facto* nieskończoną elastyczność w definiowaniu działania takiego mechanizmu.

³ Do wydzielenia łącza wirtualnego możliwe jest stosowanie także kilku rodzajów multipleksacji jednocześnie, np. na wydzielonym z łącza fizycznego przez FDM łączu wirtualnym można zastosować multipleksację TDM lub CDM, by dokonać kolejnego podziału tego łącza [51]. Załóżmy, że w takim przypadku, z punktu widzenia TDM lub CDM, łącze wydzielone przez FDM jest „łączem fizycznym”.

⁴ W wersji 5.18.1 jądra Linuxa jest ich zaimplementowanych 38 (pliki `sch_*.c` w repozytorium [66]).

Algorytmy szeregowania różnią się pod względem wielu własności, np. 1) realizowanie, lub nie, multipleksacji statystycznej, 2) działanie, lub nie, w trybie ciągłym, tj. zgodne z regułą „work-conserving”⁵, 3) obsługiwanie jednej lub wielu kolejek, 4) stosowanie, lub nie, priorytetów obsługi [71]. Jednym z najprostszych sposobów wydzielenia kilku łączy wirtualnych jest utworzenie systemu obsługi składającego się z kilku buforów nadawczych (jeden bufor per łącze wirtualne) i zastosowanie mechanizmu, który będzie pobierał pakiety do obsługi z kolejnych buforów w proporcji -liczonej w pakietach, jak np. WRR (ang. *Weighted Round Robin*) [72], lub bajtach, jak np. DRR (ang. *Deficit Round Robin*) [73]- właściwej dla założonego podziału przepływności łącza fizycznego. Wymienione mechanizmy karuzelowe realizują multipleksację statystyczną, działają w trybie ciągłym, obsługują kilka kolejek (strumieni) i nie stosują priorytetów obsługi. Zapewniają gwarantowaną średnią przepływność bitową dla danego strumienia, jednak dostęp do łącza dla tego strumienia przydzielany jest w niedeterministycznych momentach, więc nie zapewniają izolacji ich obsługi.

W tej pracy przeanalizowane zostaną mechanizmy szeregowania pakietów zapewniające izolację obsługi ruchu, które bazują na cyklicznym przydzielaniu pewnych okresów czasu (faz) poszczególnym strumieniom pakietów, które to okresy różnią się możliwością / priorytetem obsługi danego strumienia. Podział przepływności łącza fizycznego na łącza wirtualne jest realizowany przydzieleniem odpowiedniej długości fazy w stosunku do długości całego cyklu obsługi.

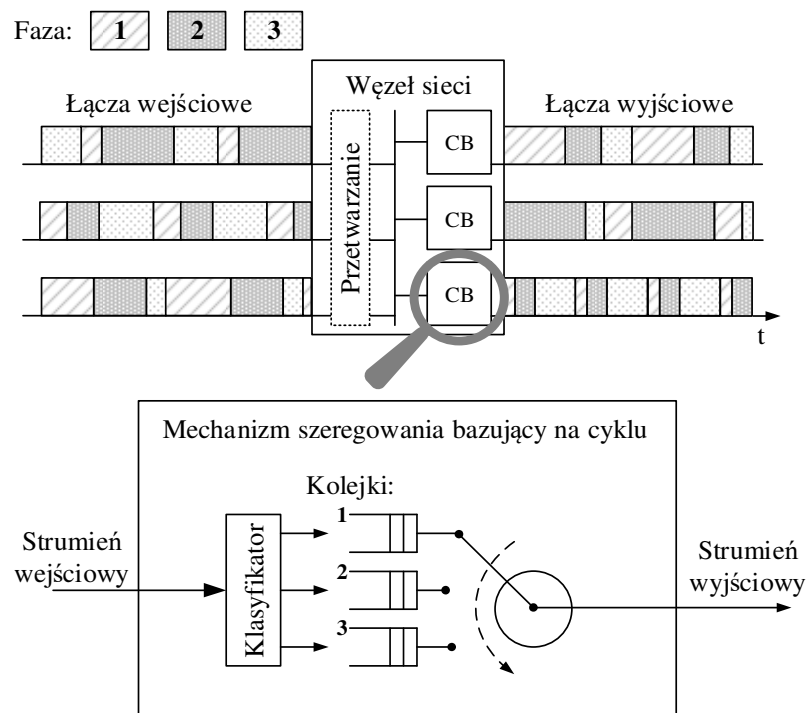
Podsumowanie rozdziału

W tym rozdziale przedstawiono koncepcję wirtualizacji zasobów fizycznych oraz praktyczne przykłady ilustrujące możliwe sposoby tworzenia zasobów logicznych, a także systemów wirtualnych, które z tych zasobów korzystają. W dalszej części uwaga została skupiona na wirtualnych sieciach komputerowych. Następnie przedstawiono metody tworzenia izolowanych łączy wirtualnych. Najpierw przedstawiono techniki stosowane w warstwie fizycznej (FDM, CDM, TDM), a następnie zgrubną klasyfikację mechanizmów szeregowania używanych w sieciach pakietowych, tj. realizujących TDM, wraz z ich własnościami.

⁵ Algorytm jest typu work-conserving, gdy spełnia następującą własność: jeśli w systemie przebywa przynajmniej jeden pakiet, to urządzenie obsługujące jest zajęte. Innymi słowy w systemie „work-conserving” nie dochodzi do sytuacji, gdzie system nie obsługuje pakietów, mimo że jakieś pakiety czekają na obsłużenie (tzn. obsługuje je w trybie ciągłym).

3 Mechanizm szeregowania pakietów oparty na cyklu

Na Rys. 3.1 przedstawiono schemat węzła sieci, na którym uruchomiono 3 systemy wirtualne. W celu zapewnienia izolacji obsługi między systemami wirtualnymi w węźle sieci zastosowano mechanizm szeregowania pakietów bazujący na cyklu (tzw. Mechanizm CB, ang. *cycle-based scheduler*). Węzeł posiada pewną liczbę łączy wejściowych oraz wyjściowych. Pakiety napływające do węzła są przetwarzane i kierowane na jedno z łączy wyjściowych na podstawie ich adresu docelowego. Pakiety trafiają na klasyfikator, który umieszcza je we właściwej kolejce, gdzie oczekują na transmisję.



Rys. 3.1 Węzeł sieci wykorzystujący mechanizm szeregowania bazujący na cyklu.

Czas dostępu do łączy fizycznego dzielony jest na okresy zwane fazami, które są dedykowane obsłudze pakietów należących do poszczególnych systemów wirtualnym. Fazy składają się na cykl, a kolejny cykl rozpoczyna się natychmiast po zakończeniu poprzedniego. W trakcie trwania n -tej fazy cyklu obsługiwane mogą być tylko pakiety należące do n -tego systemu wirtualnego. Dodatkowo zakłada się, że obsługa pakietu nie może zostać przerwana i dokończona w kolejnym cyklu, więc, w konsekwencji, pakiet może zostać pobrany do obsługi tylko wtedy, gdy pozostały czas fazy jest wystarczający do zakończenia jego obsługi. Proporcja długości poszczególnych faz odpowiada założonej proporcji podziału przepływności łączy wyjściowego między rozważane systemy wirtualne. Należy zwrócić uwagę, że proporcja może zostać zachowana dla wielu różnych długości cykli oraz faz, a także, że na każdym łączy można

ustawić różne parametry. Dobór odpowiedniej długości cyklu dokonuje się na etapie wymiarowania systemu, a w trakcie jego działania nie zmienia się ani długość cyklu, ani długość poszczególnych faz. Tym samym dostęp do łącza jest w pełni deterministyczny, tzn. można jednoznacznie określić kiedy dany system wirtualny będzie miał dostęp do łącza.

3.1 Umiejscowienie analizowanego systemu w rodzinie systemów z wakacjami

Analiza systemu zostanie przeprowadzona z perspektywy pojedynczego systemu wirtualnego. Z punktu widzenia każdego z nich okresy dostępności obsługi (okresy „aktywności”) przeplatają się z okresami niedostępności obsługi (okresami „wakacji”), a czasy dostępności/niedostępności obsługi są różne dla różnych systemów.

Do opisu prostych systemów kolejkowych z obsługą ciągłą stosuje się notację Kendalla [74]. Ogólna postać notacji jest następująca $A/S/c/K/Z$ i opisuje:

- A – rozkład zmiennej losowej odstępu między napływającymi żadaniami,
- S – rozkład zmiennej losowej czasu obsługi żądania,
- c – liczbę stanowisk obsługi,
- K – maksymalną liczbę żądań w systemie ($K \geq c$),
- Z – wymiar źródła zgłoszeń (maksymalną liczbę zgłoszeń).

W przypadku systemów z wakacjami pojawia się kilka kolejnych stopni swobody opisujących zachowanie systemu. Chcąc umiejscowić analizowany system w odpowiedniej kategorii systemów z wakacjami, konieczne jest przedstawienie kilku głównych cech rozróżniających systemy między sobą. Należy zwrócić uwagę, że poniższe zestawienie nie jest kompletne, a ma na celu zaprezentowanie, wg jakich kryteriów klasyfikuje się tego typu systemu. Wyróżnia się trzy główne właściwości tego typu systemów [75], tj.:

(1) Zasadę definiującą rozpoczęcie okresu wakacji. Rozróżnia się 2 główne modele – model wyczerpujący i niewyczerpujący (ang. *exhaustive*, *non-exhaustive*, ozn. E, NE). Pierwszy zakłada, że system obsługi może rozpocząć okres wakacji tylko wtedy, gdy obsłużone zostaną wszystkie oczekujące zadania, natomiast drugi pozwala na rozpoczęcie okresu wakacji niezależnie od liczby oczekujących zadań.

W ramach systemów niewyczerpujących (NE) można z kolei wyróżnić kolejne podsystemy, przykładowo (a) z obsługą bramkową (ang. *gated service*) i/lub (b) z obsługą limitowaną

(ang. *limited service*). W pierwszym przypadku urządzenie obsługujące pozostaje w okresie aktywności dopóty, dopóki nie zakończy się obsługa wszystkich pakietów, które znajdowały się w systemie w chwili rozpoczęcia tego okresu, tzn. tych, które napłynęły w trakcie poprzedniego okresu aktywności oraz właśnie zakończonego okresu wakacji. Zadania, które napłynęły w trakcie danego okresu aktywności, muszą czekać na obsługę do rozpoczęcia kolejnego okresu aktywności. W przypadku z obsługą limitowaną powstaje kolejne rozróżnienie względem wielkości, która jest limitowana. Przykładowo (i) w systemie G-Limited (ang. *general limited*) okres wakacji rozpoczyna się po obsłużeniu wszystkich zadań, które znajdowały się w systemie w momencie rozpoczęcia okresu aktywności lub po obsłużeniu zadanej ich liczby (cokolwiek nastąpi szybciej); (ii) w systemie B-Limited (ang. *batch limited*) okres wakacji rozpoczyna się po obsłużeniu jednorazowo pewnej liczby, np. M , pakietów. Jeśli po zakończeniu okresu wakacji w systemie nie ma przynajmniej M pakietów, rozpoczyna się kolejny okres wakacji; (iii) w systemie T-Limited ograniczeniu podlega czas trwania okresu aktywności lub/i wakacji.

(2) Zasadę definiującą zakończenie okresu wakacji. Rozróżnia się 2 główne modele – z pojedynczymi lub wielokrotnymi wakacjami (ang. *single vacation policy*, *multiple vacation policy*, ozn. SV, MV). Pierwszy model zakłada, że po zakończeniu okresu wakacji system obsługi przechodzi w stan aktywności niezależnie od tego, czy w systemie oczekują zadania, tj. system może być w stanie aktywnym i jednocześnie beczynnym (ang. *idle*). Model z wielokrotnymi wakacjami zakłada, że gdy w momencie zakończenia wakacji w systemie nie oczekują żadne zadania, system obsługi przechodzi w kolejny okres wakacji.

(3) Rozkład długości okresu wakacji. Najczęściej zakłada się, że długości okresów wakacji są opisane niezależnymi zmiennymi losowymi o identycznym rozkładzie.

Badany w tej pracy system należy określić jako „System kolejkowy z pojedynczym urządzeniem obsługującym z pojedynczymi wakacjami z niewyczerpującą obsługą nie-bramkową limitowaną czasem” (ang. *A single-server queueing system with single vacations and non-exhaustive, non-gated time-limited service*), a zakładając napływ Poissona, stały czas obsługi zadania oraz nieskończoną pojemność kolejki, system można zapisać skrótowo jako M/D/1 (TL, SV). Należy jednak zwrócić uwagę, że ten opis nie jest jednoznaczny i może odnosić się do wielu systemów działających w podobny sposób.

Działanie tak zdefiniowanego systemu z wakacjami jest bardzo podobne do „obsługi” aut na skrzyżowaniu z sygnalizacją świetlną, gdzie kolor zielony/czerwony odpowiada okresom

aktywności/wakacji systemu obsługi. Powszechnie przyjętym założeniem przy analizie skrzyżowań z sygnalizacją świetlną było, że w danej chwili na skrzyżowaniu może pojawić się co najwyżej jedno nowe auto. Założenie to wynika ze sposobu w jaki samochody wjeżdżają na skrzyżowanie, tj. jeden za drugim.

Dla tak zdefiniowanego działania systemu obsługi powstało wiele opracowań. Pierwsze z nich, jak [76], [77], [78], [79], przedstawiają metody wyznaczania średniego czasu oczekiwania auta na skrzyżowaniu oraz średniej liczby aut na skrzyżowaniu w chwili zapalenia się czerwonego światła. W [76] przedstawiono model z czasem dyskretnym, gdzie w kolejnych chwilach czasowych, z prawdopodobieństwem $p < 1$, na skrzyżowaniu może pojawić się co najwyżej jedno nowe auto (tym samym liczba aut, która nadjeżdża w czasie trwania jednego cyklu zmiany świateł, jest dana rozkładem dwumianowym). Rozważane chwile czasowe mogą być oznaczone jako czerwone (r) lub zielone (g), a różnią się tym, że na koniec zielonej chwili czasowej jedno auto opuszcza skrzyżowanie. Autorzy zaprezentowali metody numeryczne umożliwiające wyznaczenie wartości średnich wspomnianych wielkości.

W [78] przedstawiono rozszerzenie powyższej metody, które pozwala określić przybliżony rozkład stanu kolejki, w przypadku niskiej intensywności napływu (tj. przy założeniu, że w chwili zapalenia się czerwonego światła kolejka aut została w pełni rozładowana). W przypadku wyższej intensywności napływu rozkład obliczany jest przy pomocy użycia funkcji generującej. Otrzymane wyniki mogą być wykorzystane dla systemu z napływem Poissona oraz binominalnym. W [79] ten sam autor przedstawił przybliżone metody analizy tego typu systemów do wyznaczenia średniego czasu oczekiwania. Najprostsza z nich zakłada, że auta napływają i są obsługiwane jednostajnie.

Innym przykładem systemu, zbliżonym do opisywanego w tej pracy, może być cykl produkcyjny, gdzie jedna maszyna produkuje M rodzajów produktów, przełączając się pomiędzy ich typami [80]. Różnicą jest głównie długość cyklu, który w tym przypadku jest rzędu godzin lub dni, jednak nie wpływa to na sposób analizy modelu. Dobrym podsumowaniem systemów obsługi z wakacjami jest [81].

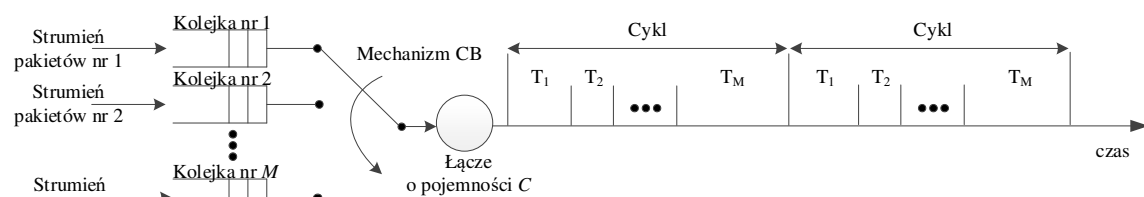
Mimo wielu podobieństw opisywany w tej pracy system nie pokrywa się w pełni z modelem skrzyżowania z sygnalizacją świetlną. Przede wszystkim, w badanym systemie pakiet może przebywać w kolejce przez kilka cykli obsługi, co często było wykluczane w założeniach analiz ruchu na skrzyżowaniu. Dodatkowo pakiet nie może zostać pobrany do obsługi, jeśli pozostały czas okresu aktywności nie jest wystarczający na zakończenie obsługi w tej fazie.

Pozostając przy analogii do sygnalizacji świetlnej, należałoby wyróżnić moment zapalenia się „pomarańczowego światła”. Auta wjeżdżające na skrzyżowanie, gdy paliło się światło zielone, mogą z niego zjechać w trakcie palenia się światła pomarańczowego, ale nowe auta nie mogą już w tym momencie wjeżdżać na skrzyżowanie. Dodatkowo analiza systemu obsługi pakietów ukierunkowana jest na inne parametry obsługi – stan kolejki, ale także opóźnienia wynikające z kolejkowania czy poziom strat pakietów związany z zapełnieniem się bufora.

System działający zgodnie z Mechanizmem CB przy założeniu czasu ciągłego, dowolnej długości pakietu i napływu pakietów zgodnego z procesem Poissona został przeanalizowany w [82]. Do wyznaczenia rozkładu stanu systemu wykorzystano metodę transformat Laplace’a oraz równań rekurencyjnych. Otrzymano zależności na rozkład stanu systemu w dowolnej chwili czasu oraz prawdopodobieństwo strat pakietu.

3.2 Analiza systemu – system dyskretny

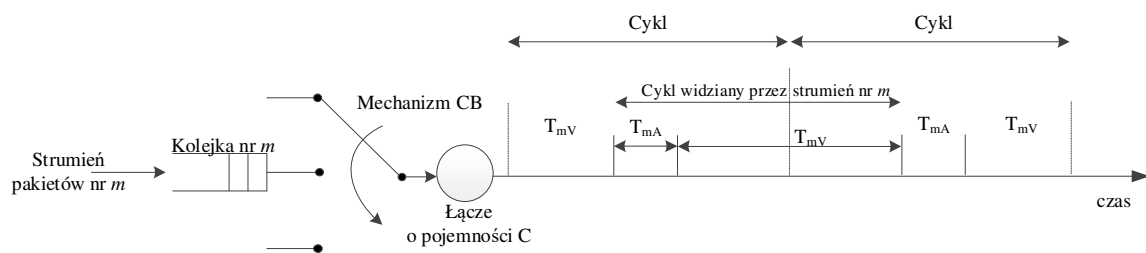
Analizowany system obsługi jest systemem z oczekiwaniem i z pojedynczym urządzeniem obsługującym. System ten obsługuje M niezależnych strumieni pakietów (Rys. 3.2). Dostęp do wspólnie wykorzystywanego łącza fizycznego, o pojemności C [bit/s], dla pakietów należących do danego strumienia jest zarządzany przez Mechanizm CB. W systemie dla każdego strumienia pakietów przeznaczony jest oddzielny bufor oraz dedykowany dla jego obsługi okres czasu, który jest powtarzany w kolejnych cyklach. W przypadku kiedy system obsługuje M strumieni pakietów, wówczas długość cyklu, T , jest dzielona na M okresów (zwanych fazami) o długościach T_m (dla $m = 1, \dots, M$), gdzie $T = \sum_{m=1}^M T_m$. W czasie trwania okresu T_m są wyłącznie obsługiwane pakiety należące do strumienia m .



Rys. 3.2 Analizowany system obsługujący M niezależnych strumieni pakietów.

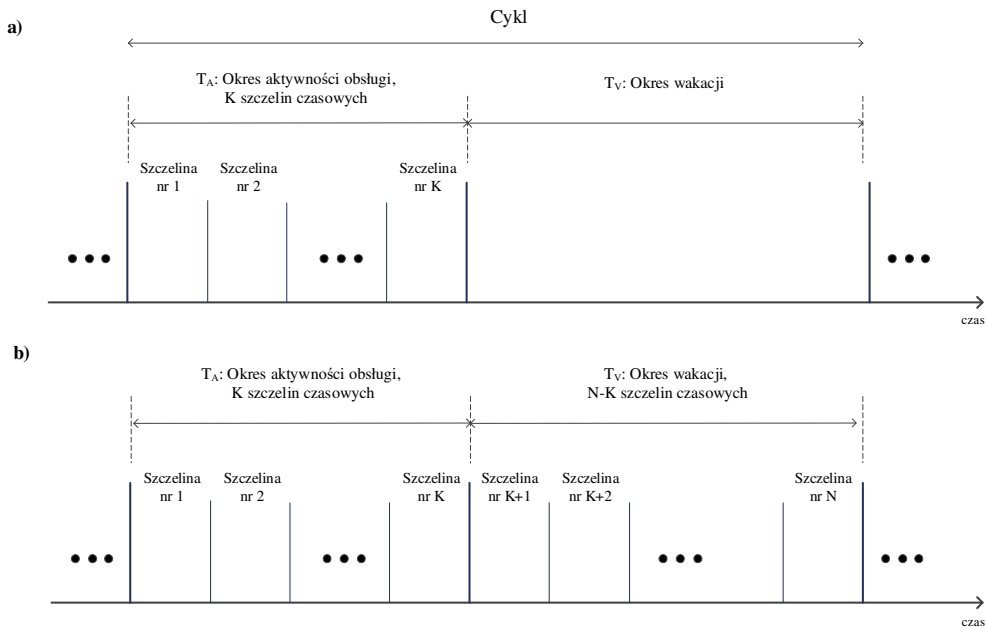
Badany system może być analizowany z punktu widzenia każdego strumienia pakietów w sposób niezależny. Własność ta zachodzi dzięki zastosowaniu Mechanizmu CB, który zapewnia to, iż charakterystyki związane z obsługą pakietów należących od danego strumienia, takie jak opóźnienia czy ewentualne straty, nie zależą od szybkości napływu do systemu pakietów należących do innych strumieni. Taka własność będzie nazywana izolacją obsługową (ang. *performance isolation*).

Na Rys. 3.3 przedstawiono badany system z punktu widzenia m -tego ($m = 1, \dots, M$) strumienia pakietów. Z punktu widzenia tego strumienia system posiada kolejkę oraz przeznacza na obsługę pakietów z tego strumienia predefiniowany okres czasu w każdym cyklu. Zatem obsługa pakietów z m -tego strumienia odbywa się zgodnie z założonym cyklem, w którym można wyróżnić okresy czasu, kiedy pakiety są przesyłane przez łącze, ten okres będzie nazywany okresem aktywności obsługi (T_{mA}) i okresy czasu, nazywane okresami wakacji (T_{mV}), w których łącze przesyła pakiety z innych strumieni. Okresy te następują naprzemiennie. Należy zauważyć, że długości cyklu obserwowane przez poszczególne strumienie mają tę samą wartość, tj. $T_m = T_{mA} + T_{mV} = T$.



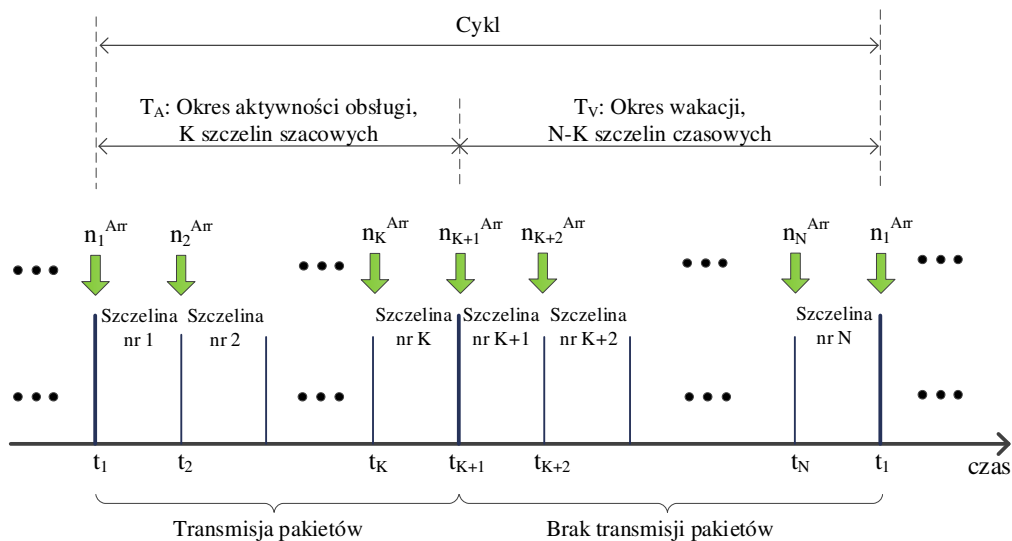
Rys. 3.3 Badany system z punktu widzenia obsługi pakietów należących do strumienia nr m .

W analizowanym systemie przyjęto, iż pakiety należące do danego strumienia są o stałej długości, a okres aktywności obsługi jest krotnością czasu obsługi pojedynczego pakietu. Dodatkowo okresy czasu dedykowane na obsługę pakietów z danego strumienia podzielone są na szczeliny czasowe, gdzie w czasie trwania jednej szczeliny może być przesłany pakiet, a obsługa pakietu może rozpocząć się wyłącznie na początku szczeliny czasowej, jak to przedstawiono na Rys. 3.4a. Jednocześnie zakłada się, że nowe pakiety mogą napływać do systemu w okresach aktywności obsługi jedynie w momentach pomiędzy zakończeniem obsługi ostatniego pakietu i rozpoczęciem obsługi następnego pakietu (jeżeli w systemie jest taki pakiet). Natomiast w okresach, kiedy system jest w stanie wakacji, pakiety mogą napływać w dowolnych momentach. Jednakże dla jednolitego opisu systemu, również w okresach, kiedy system jest w stanie wakacji, wprowadza się podział tego okresu na szczeliny czasowe o czasach trwania takich samych, jak przyjęto dla okresów aktywności, jak to przedstawiono na Rys. 3.4b. Szczeliny te będą nazywane „szczelinami wirtualnymi”. Przyjęcie tego założenie pozwoli, m.in. na obliczenie czasu przebywania pakietu w systemie mierzonego w liczbie szczelin czasowych. Ostatecznie analizowany system można zaklasyfikować jako system z wakacjami z czasem dyskretnym, gdzie cykl składa się z N szczelin czasowych, w tym K szczelin czasowych w okresie aktywności obsługi.



Rys. 3.4 Szczeliny czasowe w cyklu: a) system rzeczywisty, w okresie aktywności K szczelin czasowych, b) model przyjęty do analizy, tj. z cyklem złożonym z N szczelin czasowych, w tym K szczelin w okresie aktywności i $N - K$ szczelin wirtualnych w okresie, kiedy system jest w stanie wakacji.

W analizowanym systemie przyjmuje się, że nowe pakiety napływają do systemu w formie paczek w momentach rozpoczęcia szczelin czasowych t_i ($i = 1, \dots, N$) zarówno w okresie aktywności jak i w okresie wakacji. Liczba pakietów w danej paczce jest dana rozkładem dowolnym, jednakże rozkład ten musi być taki sam dla każdej i -tej szczeliny w każdym cyklu. Proces napływu oraz obsługi pakietów został przedstawiony na Rys. 3.5, gdzie n_i^{Arr} oznacza liczbę nowych pakietów, które napłynęły do systemu w chwili t_i . W analizie założono, że proces napływu w kolejnych chwilach t_i może się różnić dla różnych i ($i = 1, \dots, N$). Analiza ta została przedstawiona pierwotnie w [83].



Rys. 3.5 Proces napływu i obsługi pakietów w systemie.

3.2.1 Rozkład stanu systemu

Stan systemu jest zdefiniowany jako liczba pakietów przebywających w systemie w chwilach t_i ($i = 1, \dots, N$)⁶. Pierwszym spostrzeżeniem jest fakt, że analizowany system nie jest typowym systemem stacjonarnym, gdyż zależność (3.1) nie jest spełniona dla wszystkich wartości τ .

$$Pr\{n \text{ pakietów w systemie w chwili } t\} = Pr\{n \text{ pakietów w systemie w chwili } (t + \tau)\} \quad (3.1)$$

Zależność (3.1), w przypadku analizowanego systemu, jest jedynie prawdziwa, kiedy $\tau = k(T_A + T_N) = k \cdot N$, gdzie k jest dowolną liczbą naturalną. Oznacza to, że zmienna losowa opisująca liczbę pakietów przebywających w systemie obserwowaną w wybranej i -tej szczelinie ($i = 1, 2, \dots, N$) ma taki sam rozkład niezależnie od numeru cyklu. Zależność rozkładu stanu systemu w chwili t_{1+N} od stanu w chwili t_1 można opisać następująco:

$$\begin{aligned} & [Pr\{n_{1+N} = 0\} \quad Pr\{n_{1+N} = 1\} \quad \dots \quad Pr\{n_{1+N} = B\}] = \\ & = [Pr\{n_1 = 0\} \quad Pr\{n_1 = 1\} \quad \dots \quad Pr\{n_1 = B\}] \cdot M_Z, \end{aligned} \quad (3.2)$$

gdzie n_i oznacza zmienną losową opisującą stan systemu w i -tej szczelinie, B oznacza maksymalną pojemność kolejki liczoną w liczbie pakietów, oraz

$$M_Z = \begin{bmatrix} Pr\{n_{1+N} = 0|n_1 = 0\} & Pr\{n_{1+N} = 1|n_1 = 0\} & \dots & Pr\{n_{1+N} = B|n_1 = 0\} \\ Pr\{n_{1+N} = 0|n_1 = 1\} & Pr\{n_{1+N} = 1|n_1 = 1\} & \dots & Pr\{n_{1+N} = B|n_1 = 1\} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ Pr\{n_{1+N} = 0|n_1 = B\} & Pr\{n_{1+N} = 1|n_1 = B\} & \dots & Pr\{n_{1+N} = B|n_1 = B\} \end{bmatrix}$$

Macierz M_Z zawiera prawdopodobieństwa warunkowe opisujące prawdopodobieństwa przejść ze stanu $n_1 = a$ ($a = 0, \dots, B$) do stanu $n_{1+N} = b$ ($b = 0, \dots, B$), tj. $Pr\{n_{1+N} = b|n_1 = a\}$. Korzystając z identyczności rozkładów w stanie ustalonym w chwilach t_{1+N} oraz t_1 , można zapisać zależność:

$$\begin{aligned} & [Pr\{n_1 = 0\} \quad Pr\{n_1 = 1\} \quad \dots \quad Pr\{n_1 = B\}] \\ & = [Pr\{n_1 = 0\} \quad Pr\{n_1 = 1\} \quad \dots \quad Pr\{n_1 = B\}] \cdot M_Z. \end{aligned} \quad (3.3)$$

Zależność (3.3) generuje $B + 1$ równań liniowych z taką samą liczbą niewiadomych. Usuwając jedno z równań i dodając warunek normalizacyjny:

$$\sum_{j=0}^B Pr\{n_1 = j\} = 1 \quad (3.4)$$

⁶ Tzn. w chwili po zakończeniu obsługi pakietu obsługiwanego w trakcie trwania poprzedniej szczeliny, a po napływie paczki pakietów.

można wyznaczyć wartości prawdopodobieństw poszczególnych stanów w 1-szej szczelinie. W tym celu jest konieczne określenie wartości elementów macierzy M_Z . Zostanie to dokonane przez wyznaczenie prawdopodobieństw przejść między stanami w ramach sąsiednich szczelin.

Dla przypadku systemu z kolejką nieskończoną zależność między stanem systemu w dwóch sąsiednich szczelinach można przedstawić przy pomocy następujących zależności [84], [85]:

$$n_{i+1} = \begin{cases} \max\{n_i - 1, 0\} + n_{i+1}^{Arr}, & \text{dla } i = 1, \dots, K \\ n_i + n_{i+1}^{Arr}, & \text{dla } i = K + 1, \dots, N \end{cases} \quad (3.5)$$

gdzie, z uwagi na powtarzalność w ramach cyklu,

$$n_{N+1} = n_1, \quad (3.6)$$

natomiast n_{i+1}^{Arr} to zmienna losowa opisująca liczbę pakietów, które napłynęły do systemu w $i + 1$ -szej szczelinie.

W przypadku, kiedy w systemie jest skończony bufor o pojemności B pakietów, wówczas równania (3.5) są następujące:

$$n_{i+1} = \begin{cases} \max\{\max\{n_i - 1, 0\} + n_{i+1}^{Arr}, B\}, & \text{dla } i = 1, \dots, K \\ \max\{n_i + n_{i+1}^{Arr}, B\}, & \text{dla } i = K + 1, \dots, N \end{cases} \quad (3.7)$$

Należy zauważyć, że zastosowanie odpowiedniego równania dla stanu systemu dla danej szczeliny nie zależy od tego, czy ta szczelina należy do okresu aktywności czy też do okresu wakacji, ale zależy od tego, do którego okresu należała poprzednia szczelina. Po zakończeniu szczeliny należącej do okresu aktywności, stan systemu zmniejsza się o jeden względem stanu w trakcie jej trwania (chyba że system był pusty, wtedy jego stan pozostaje równy 0). W przypadku, gdy szczelina należała do okresu wakacji, w momencie jej zakończenia stan systemu nie zmienia się, gdyż żaden pakiet nie był obsługiwany. Następnie stan ten jest zwiększany o te pakiety, które napłynęły do systemu w momencie tuż przed rozpoczęciem kolejnej szczeliny.

Przedstawiona metoda obliczania rozkładu prawdopodobieństw zmiennej losowej opisującej liczbę pakietów przebywających w systemie jest metodą numeryczną i zakłada rozwiązanie pewnej liczby równań. W przypadku kiedy analizowany system posiada nieskończoną wielkość bufora, liczba równań, które trzeba rozwiązać, jest też nieskończona. Zatem skupiono się na przedstawieniu tych równań w przypadku, kiedy bufor jest skończony, a jego pojemność wynosi B pakietów.

Korzystając z (3.7), można napisać równania na liczbę pakietów przebywających w systemie w momencie t_{i+1} na podstawie stanu systemu w momencie t_i , liczby pakietów obsłużonych w i -tej szczelinie oraz liczby pakietów, które przebyły do systemu w momencie t_{i+1} . Takich równań dla i -tej ($i = 1, \dots, N$) szczeliny jest dokładnie $B + 1$. Równania te można przedstawić w następującej postaci macierzowej:

$$\begin{aligned} & [Pr\{n_{i+1} = 0\} \quad Pr\{n_{i+1} = 1\} \quad \dots \quad Pr\{n_{i+1} = B\}] = \\ & = [Pr\{n_i = 0\} \quad Pr\{n_i = 1\} \quad \dots \quad Pr\{n_i = B\}] \cdot M_{i+1}, \end{aligned} \quad (3.8)$$

gdzie M_{i+1} to macierz zawierająca prawdopodobieństwa warunkowe:

$$M_{i+1} = \begin{bmatrix} Pr\{n_{i+1} = 0|n_i = 0\} & Pr\{n_{i+1} = 1|n_i = 0\} & \dots & Pr\{n_{i+1} = B|n_i = 0\} \\ Pr\{n_{i+1} = 0|n_i = 1\} & Pr\{n_{i+1} = 1|n_i = 1\} & \dots & Pr\{n_{i+1} = B|n_i = 1\} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ Pr\{n_{i+1} = 0|n_i = B\} & Pr\{n_{i+1} = 1|n_i = B\} & \dots & Pr\{n_{i+1} = B|n_i = B\} \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

Zgodnie z zależnością (3.7) prawdopodobieństwa te są prawdopodobieństwami, że w momencie t_{i+1} do systemu napłynęła określona liczba nowych pakietów. Dla szczelin o numerach $i + 1 = 2, 3, \dots, K + 1$:

$$Pr\{n_{i+1} = m|n_i = n\} = \begin{cases} Pr\{n_{i+1}^{Arr} = m\}, & \text{dla } n = 0 \text{ oraz } m < B \\ Pr\{n_{i+1}^{Arr} \geq m\}, & \text{dla } n = 0 \text{ oraz } m = B \\ Pr\{n_{i+1}^{Arr} = m - n + 1\}, & \text{dla } n \geq 1 \text{ oraz } (n - 1) \leq m < B \\ Pr\{n_{i+1}^{Arr} \geq m - n + 1\}, & \text{dla } n \geq 1 \text{ oraz } m = B \\ 0, & \text{w pozostałych przypadkach} \end{cases} \quad (3.10)$$

Stan systemu może wzrosnąć maksymalnie do B , więc w prawdopodobieństwach dla $m = B$ uwzględnione są sytuacje, gdy do systemu napływa taka liczba pakietów, że część z nich jest tracona (kolejka zostanie zapełniona pierwszymi m lub $(m - n + 1)$ pakietami, następne są tracone, stan systemu się nie zmienia). Różnice dla $n = 0$ oraz $n \geq 1$ wynikają z tego, że dla $n \geq 1$ wystąpi zdarzenie obsługi pakietu, czyli stan systemu zmniejszy się o 1. Dodatkowo należy zwrócić uwagę, że o ile stan systemu rozważany na przestrzeni dwóch sąsiednich szczelin może wzrosnąć o dowolną wartość (z ograniczeniem na maksymalną wartość stanu wynoszącą B), o tyle zmaleć może co najwyżej o 1 – gdy nastąpi obsługa pakietu, a do systemu nie napłyną żadne pakiety.

Korzystając z (3.10), dla szczelin o numerach $i + 1 = 2, 3, \dots, K + 1$, macierz zdefiniowaną w (3.9) można przedstawić następująco:

$$M_{i+1} = \begin{bmatrix} Pr \{n_{i+1}^{Arr} = 0\} & Pr \{n_{i+1}^{Arr} = 1\} & Pr \{n_{i+1}^{Arr} = 2\} & \dots & Pr \{n_{i+1}^{Arr} = B - 1\} & Pr \{n_{i+1}^{Arr} \geq B\} \\ Pr \{n_{i+1}^{Arr} = 0\} & Pr \{n_{i+1}^{Arr} = 1\} & Pr \{n_{i+1}^{Arr} = 2\} & \dots & Pr \{n_{i+1}^{Arr} = B - 1\} & Pr \{n_{i+1}^{Arr} \geq B\} \\ 0 & Pr \{n_{i+1}^{Arr} = 0\} & Pr \{n_{i+1}^{Arr} = 1\} & \dots & Pr \{n_{i+1}^{Arr} = B - 2\} & Pr \{n_{i+1}^{Arr} \geq B - 1\} \\ 0 & 0 & Pr \{n_{i+1}^{Arr} = 0\} & \dots & Pr \{n_{i+1}^{Arr} = B - 3\} & Pr \{n_{i+1}^{Arr} \geq B - 2\} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & Pr \{n_{i+1}^{Arr} = 0\} & Pr \{n_{i+1}^{Arr} \geq 1\} \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

Analogicznie dla szczelin o numerach $i + 1 = K + 2, \dots, N, N + 1$:

$$Pr\{n_{i+1} = m | n_i = n\} = \begin{cases} Pr\{n_{i+1}^{Arr} = m - n\}, & \text{dla } n \leq m < B \\ Pr\{n_{i+1}^{Arr} \geq m - n\}, & \text{dla } m = B \\ 0, & \text{w pozostałych przypadkach} \end{cases} \quad (3.12)$$

W okresie wakacji pakiety nie są obsługiwane, więc w zależności nie ma różnic względem $n = 0$ oraz $n \geq 1$. Tak jak poprzednio wyróżniony jest przypadek dla $m = B$, a stan systemu nie może maleć.

Korzystając z (3.12), dla szczelin o numerach $i + 1 = K + 2, \dots, N + 1$, macierz zdefiniowaną w (3.9) można przedstawić następująco:

$$M_{i+1} = \begin{bmatrix} Pr \{n_{i+1}^{Arr} = 0\} & Pr \{n_{i+1}^{Arr} = 1\} & Pr \{n_{i+1}^{Arr} = 2\} & \dots & Pr \{n_{i+1}^{Arr} = B - 1\} & Pr \{n_{i+1}^{Arr} \geq B\} \\ 0 & Pr \{n_{i+1}^{Arr} = 0\} & Pr \{n_{i+1}^{Arr} = 1\} & \dots & Pr \{n_{i+1}^{Arr} = B - 2\} & Pr \{n_{i+1}^{Arr} \geq B - 1\} \\ 0 & 0 & Pr \{n_{i+1}^{Arr} = 0\} & \dots & Pr \{n_{i+1}^{Arr} = B - 3\} & Pr \{n_{i+1}^{Arr} \geq B - 2\} \\ 0 & 0 & 0 & \dots & Pr \{n_{i+1}^{Arr} = B - 4\} & Pr \{n_{i+1}^{Arr} \geq B - 3\} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & Pr \{n_{i+1}^{Arr} \geq 0\} \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

Ponieważ czas trwania szczelin jest stały, w celu uproszczenia dalszej analizy można przyjąć założenie, że zmienne losowe n_i^{Arr} są niezależnymi zmiennymi losowymi o jednakowym rozkładzie, wobec tego prawdopodobieństwa $Pr \{n_i^{Arr} = j\}$ nie zależą od numeru szczeliny:

$$Pr \{n_i^{Arr} = j\} = Pr \{n^{Arr} = j\} \quad (3.14)$$

Przy takim założeniu macierze dla szczelin $i + 1 = 2, \dots, K + 1$ zawierają takie same elementy, wobec tego $M_2 = M_3 = \dots = M_{K+1}$, ozn. A . Analogicznie dla szczelin $K + 2, \dots, N + 1$ otrzymuje się $M_{K+2} = M_{K+3} = \dots = M_{N+1}$, ozn. V .

Korzystając z (3.8) możliwe jest opisanie stanu systemu w wybranej, np. $N + 1$ -ej szczeliny, w zależności od stanu systemu w dowolnej poprzedniej szczeliny:

⁷ Należy pamiętać, że szczelina nr $N + 1$ to szczelina nr 1 następnego cyklu.

$$\begin{aligned}
& [Pr\{n_{N+1} = 0\} \ Pr\{n_{N+1} = 1\} \ \dots \ Pr\{n_{N+1} = B\}] = \\
& = [Pr\{n_N = 0\} \ Pr\{n_N = 1\} \ \dots \ Pr\{n_N = B\}] \cdot M_{N+1} = \\
& = [Pr\{n_{N-1} = 0\} \ Pr\{n_{N-1} = 1\} \ \dots \ Pr\{n_{N-1} = B\}] \cdot M_N \cdot M_{N+1} = \dots \\
& = [Pr\{n_1 = 0\} \ Pr\{n_1 = 1\} \ \dots \ Pr\{n_1 = B\}] \cdot \prod_{i=1}^N M_{i+1} = \dots \\
& = [Pr\{n_1 = 0\} \ Pr\{n_1 = 1\} \ \dots \ Pr\{n_1 = B\}] \cdot A^K \cdot V^{(N-K)}
\end{aligned} \tag{3.15}$$

Następnie dzięki powtarzalności w ramach cyklu, zgodnie z (3.6), rozkład stanu systemu w chwili rozpoczęcia $N + 1$ -szej szczeliny jest taki sam jak rozkład w chwili rozpoczęcia 1-szej szczeliny, stąd:

$$\begin{aligned}
& [Pr\{n_1 = 0\} \ Pr\{n_1 = 1\} \ \dots \ Pr\{n_1 = B\}] = \\
& = [Pr\{n_1 = 0\} \ Pr\{n_1 = 1\} \ \dots \ Pr\{n_1 = B\}] \cdot A^K \cdot V^{(N-K)}
\end{aligned} \tag{3.16}$$

Korzystając z tego, że mnożenie macierzy jest działaniem łącznym, można wyznaczyć macierz zastępczą $M_Z = A^K \cdot V^{(N-K)}$. W macierzach A oraz V znajdują się wyłącznie wartości prawdopodobieństw, wobec tego elementami macierzy M_Z są również jedynie wartości liczbowe. Tym samym otrzymano wartości elementów macierzy M_Z potrzebne do wyznaczenia układu równań z (3.3).

W podobny sposób można przedstawić zależności opisujące prawdopodobieństwa stanów systemu dla dowolnie wybranej szczeliny. Należy zwrócić uwagę, że mnożenie macierzy nie jest przemienne, więc chcąc wyznaczyć analogiczną zależność dla np. 2-giej szczeliny, należałoby napisać:

$$\begin{aligned}
& [Pr\{n_2 = 0\} \ Pr\{n_2 = 1\} \ \dots \ Pr\{n_2 = B\}] = \\
& = [Pr\{n_2 = 0\} \ Pr\{n_2 = 1\} \ \dots \ Pr\{n_2 = B\}] \cdot A^{(K-1)} \cdot V^{(N-K)} \cdot A.
\end{aligned} \tag{3.17}$$

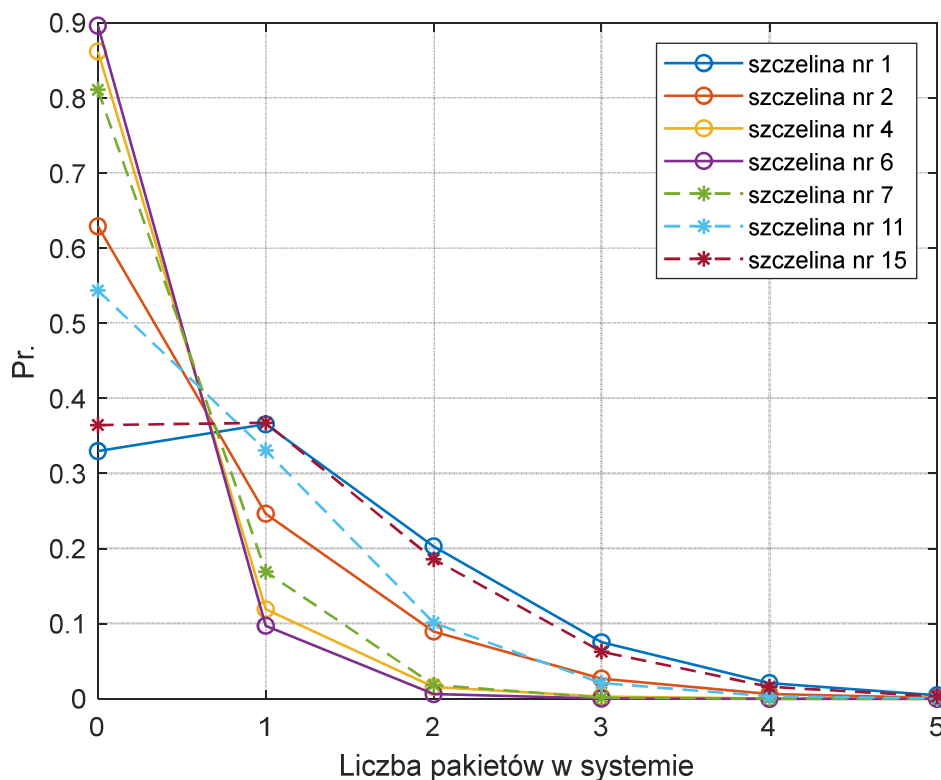
Stan systemu w danej szczeliny zależy tylko od stanu systemu w poprzedniej szczeliny oraz liczby pakietów, które napłynęły w momencie rozpoczęcia danej szczeliny. Wynika z tego, że na podstawie prawdopodobieństw stanu systemu wyznaczonych dla pierwszej szczeliny można wyznaczyć, zgodnie z (3.8), rozkład stanu systemu w każdej kolejnej szczeliny (nie ma konieczności rozwiązywania wielu układów równań jak (3.17)).

3.2.1.1 Przykładowe wyniki

W tym rozdziale przedstawione zostaną przykładowe wyniki numeryczne dotyczące uzyskanych rozkładów zmiennej losowej opisującej liczbę pakietów w systemie. Wyniki te zostały porównane z wynikami symulacyjnymi.

Przykład 1.:

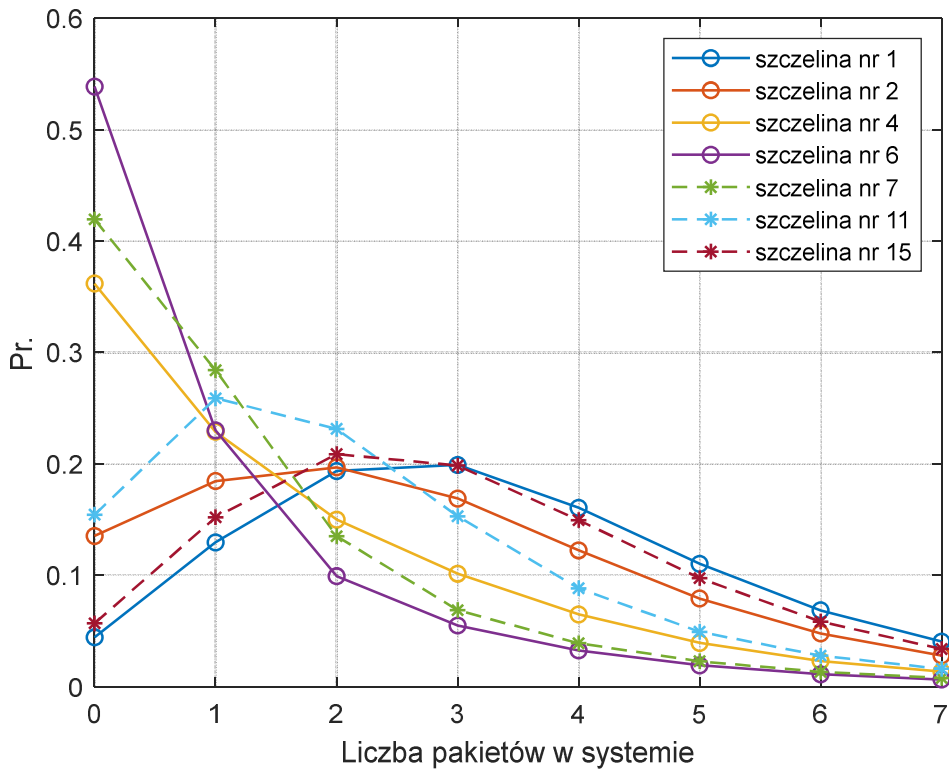
System $T_A = 5, T_N = 10$, bufor o nieskończonej pojemności⁸. Liczba pakietów napływających w momencie rozpoczęcia szczeliny zgodna z rozkładem Poissona, dla trzech wartości parametru $\lambda \in \{0,1; 0,25; 0,30\}$ (średnia liczba napływających pakietów $E[n^{Arr}] = \lambda$). Na rysunkach Rys. 3.6, Rys. 3.7, Rys. 3.8 przedstawiono prawdopodobieństwa stanu systemu w wybranych szczelinach ($X_i(n)$). Liniją ciągłą oznaczono rozkłady dla szczelin nr 1, 2, 4, 6, natomiast liniami przerywanymi dla szczelin nr 7, 11 i 15⁹. Dla ustalenia uwagi można skoncentrować się na prawdopodobieństwach, że system jest pusty. Zgodnie z przewidywaniami, średnio najwięcej pakietów w systemie znajduje się w szczelinie nr 1 - wówczas, w systemie znajdują się pakiety, które kumulowały się w buforze przez okres wakacji. W kolejnych szczelinach system stopniowo się opróżnia (prawdopodobieństwo wystąpienia pustego systemu rośnie), aż do szczeliny nr 6, która rozpoczyna okres nieaktywności. W szczelinach 6 – 15 pakiety nie są obsługiwane, więc w kolejnych szczelinach pakietów jest coraz więcej (prawdopodobieństwo wystąpienia pustego systemu maleje), aż do szczeliny nr „16”, tj. nr 1 następnego cyklu.



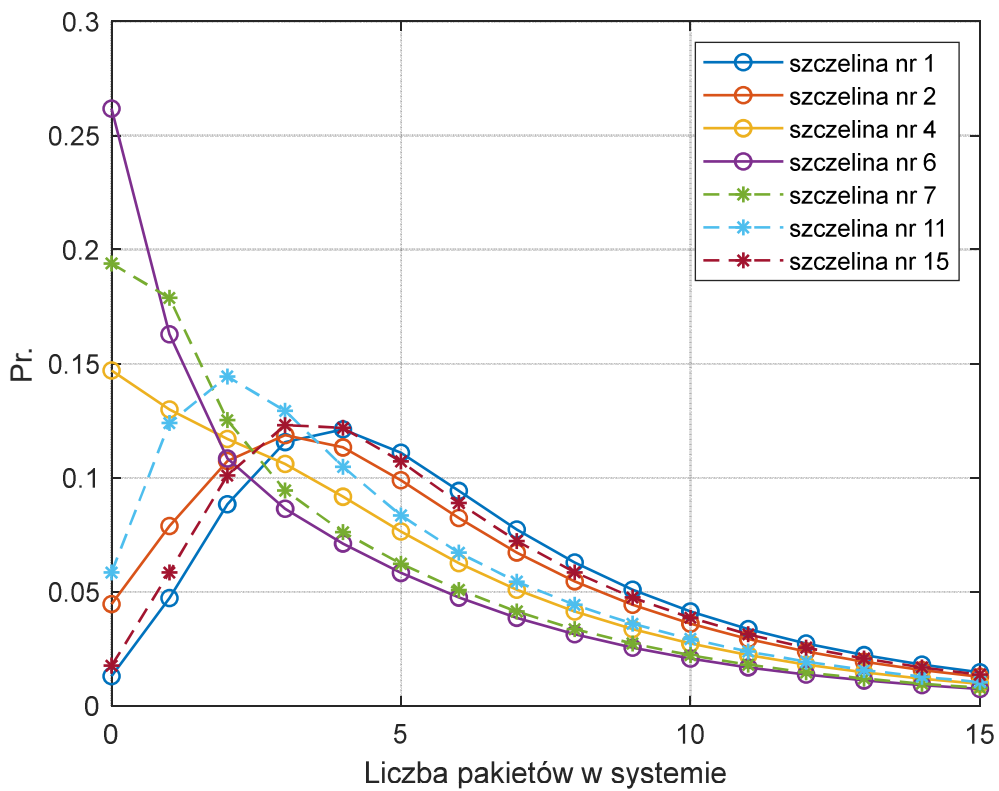
Rys. 3.6 Rozkład stanu systemu ($\lambda = 0,1$).

⁸ Do obliczeń przyjęto $B = 50$, co dla przypadku, gdy $\lambda = 0,3$, skutkuje poziomem strat rzędu $4,4 \cdot 10^{-6}$.

⁹ Rozkład liczby pakietów w systemie jest rozkładem dyskretnym, natomiast linie łączące kolejne wartości mają za zadanie zwiększenie czytelności wykresu i ukazanie trendu zmian rozkładu.



Rys. 3.7 Rozkład stanu systemu ($\lambda = 0,25$).



Rys. 3.8 Rozkład stanu systemu ($\lambda = 0,3$).

Przykład 2.:

System $T_A = 5, T_N = 10$, bufor o nieskończonej pojemności¹⁰. W tym przypadku założono, że napływ paczki pakietów w danej szczelinie dany jest rozkładem geometrycznym lub rozkładem dwupunktowym [86]. Parametry tych rozkładów zostały dobrane tak, by w każdej szczelinie średnio napłynęło $E[n^{Arr}] = 0,3$ pakietu, co skutkuje obciążeniem na poziomie 0,9. Dla napływu zgodnego z rozkładem geometrycznym, prawdopodobieństwo, że napłynęło k pakietów, dane jest wzorem:

$$\Pr\{n^{Arr} = k\} = (1 - p)p^k,$$

a wartość oczekiwana wynosi:

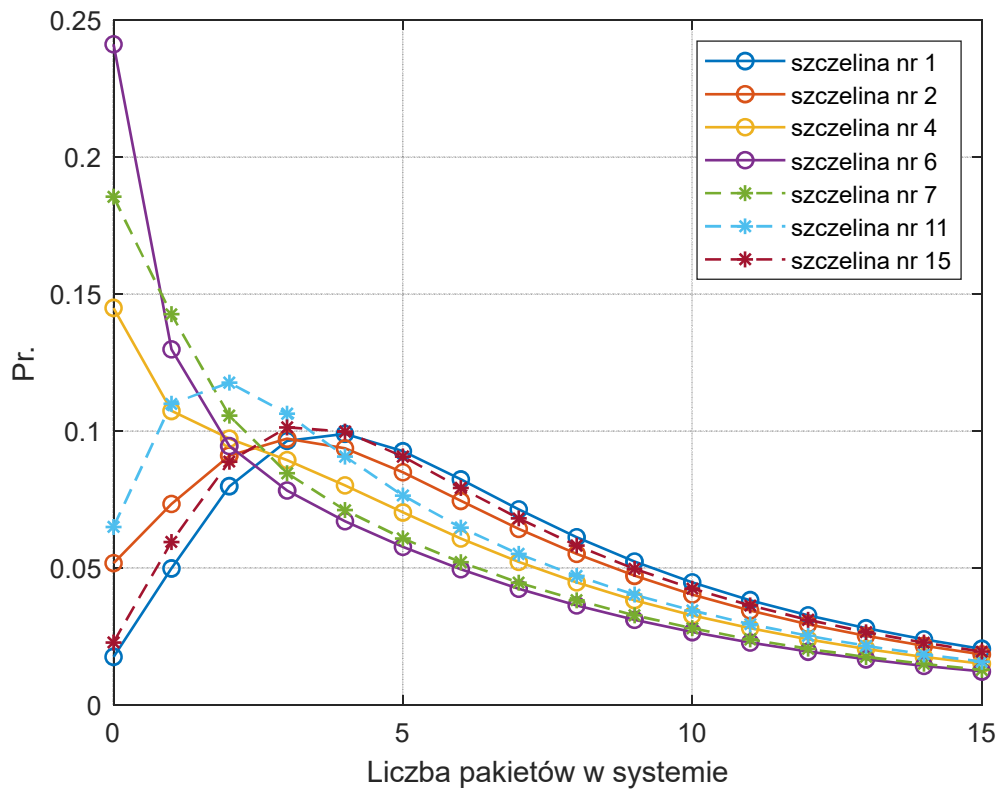
$$E[n^{Arr}] = \frac{p}{1 - p}.$$

Wówczas, wartość $E[n^{Arr}] = 0,3$ dla $p \approx 0,2308$. Dla napływu zgodnego z rozkładem dwupunktowym $\Pr\{n^{Arr} = 0\} = 0,7$ oraz $\Pr\{n^{Arr} = 1\} = 0,3$. Otrzymane rozkłady stanu systemu w wybranych szczelinach ($X_i(n)$) zostały przedstawione na Rys. 3.9 i Rys. 3.10. Podobnie jak w przykładzie 1. można zaobserwować oczekiwane zachowanie rozkładów liczby pakietów (średnio najwięcej pakietów w szczelinie nr 1, opróżnianie do szczeliny nr 6, wzrost do szczeliny nr „16”, tj. nr 1 kolejnego cyklu). Na podstawie otrzymanych rozkładów policzono wartość oczekiwaną i wariancję liczby pakietów w i -tej szczelinie (patrz Rys. 3.12).

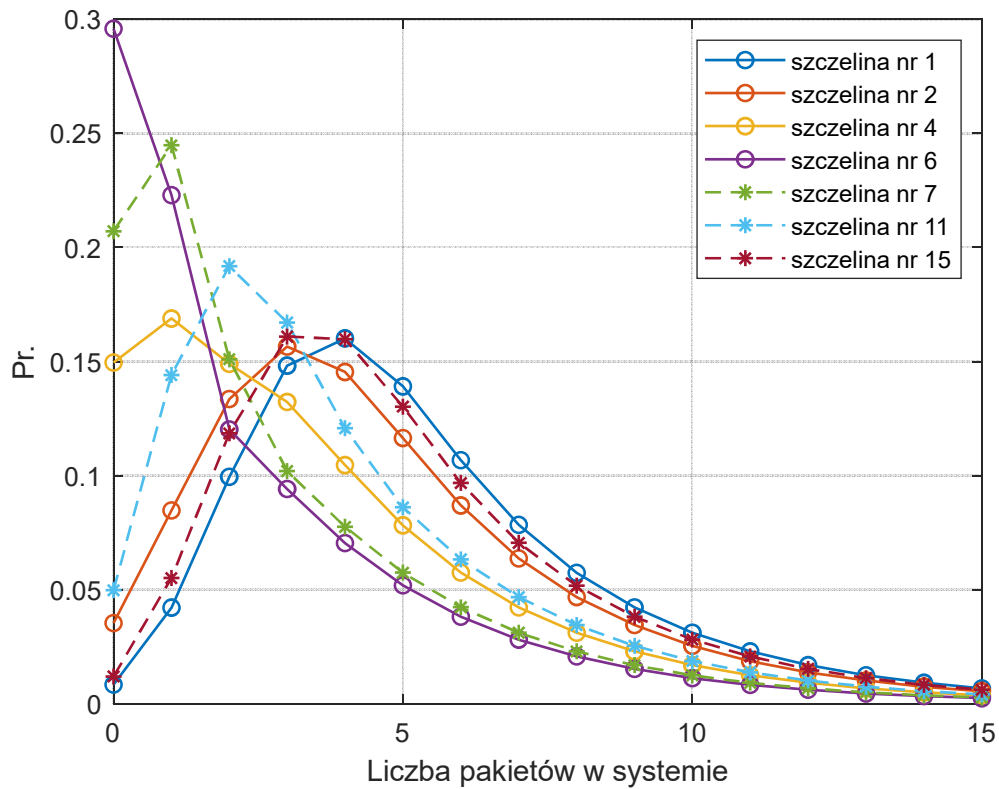
Wyniki dla rozkładu geometrycznego charakteryzują się „dłuższym ogonem” [87] niż te dla rozkładu dwupunktowego, tzn. posiadają znaczące wartości prawdopodobieństw dla wyższych stanów systemu (większej liczby pakietów w systemie), co przedstawiono na Rys. 3.11. Tym samym zarówno wartość oczekiwana jak i wariancja liczby pakietów są większe dla rozkładu geometrycznego (jak na Rys. 3.12).

Warto zauważyć, że w szczelinach od 6 do „16” (tj. 1) wartość oczekiwana liczby pakietów dla obu rozkładów rośnie liniowo. Jest to wynik zgodny z przewidywaniami - w każdej z tych szczelin napłynie średnio 0,3 pakietu, a żaden pakiet nie opuści systemu. Tym samym w pierwszej szczelinie okresu aktywności w systemie są średnio 3 pakiety więcej niż w pierwszej szczelinie okresu wakacji.

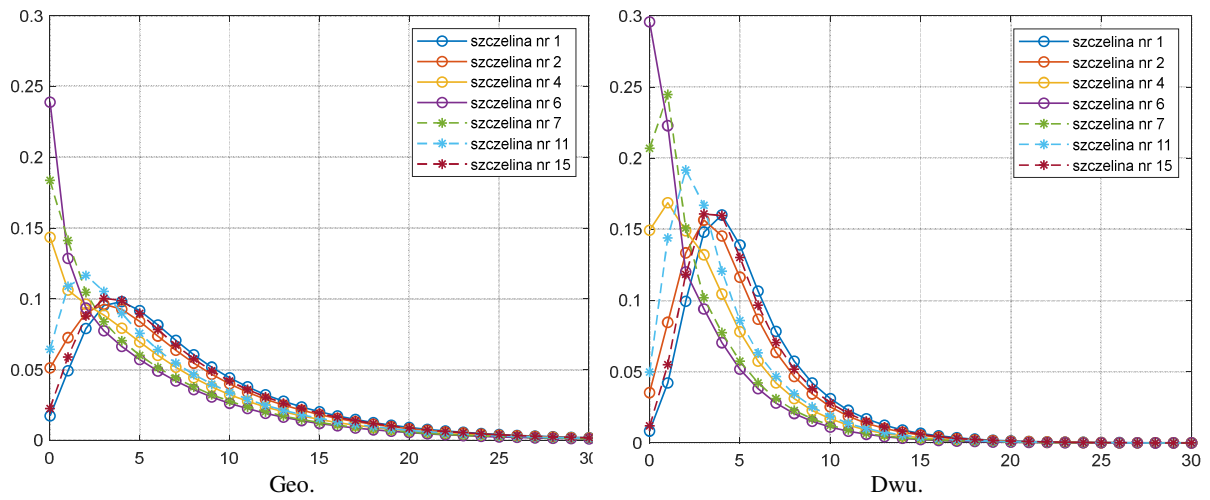
¹⁰ Do obliczeń przyjęto $B = 50$, co dla założonych rozkładów napływu pakietów skutkuje poziomem strat rzędu $4,0 \cdot 10^{-8}$ (rozkład dwupunktowy) i $5,0 \cdot 10^{-5}$ (rozkład geometryczny).



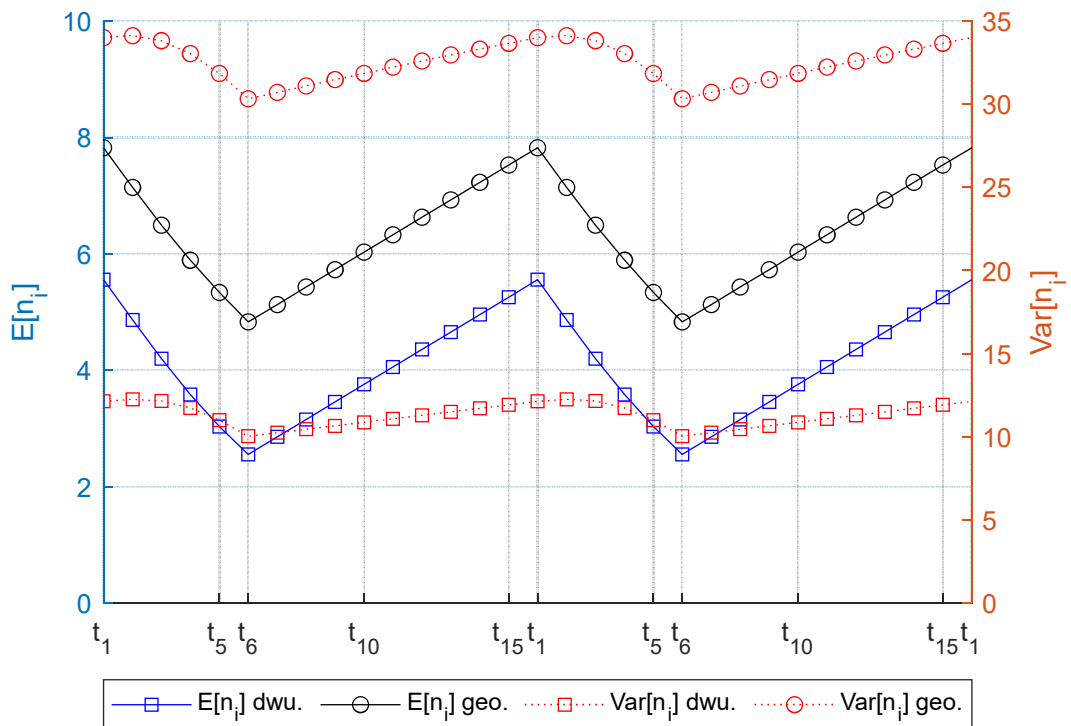
Rys. 3.9 Rozkład stanu systemu, napływ paczki zgodny z rozkładem geometrycznym o parametrze $p=0,2308$.



Rys. 3.10 Rozkład stanu systemu, napływ paczki zgodny z rozkładem dwupunktowym.



Rys. 3.11 Porównanie wyników dla rozkładów geometrycznego i dwupunktowego.



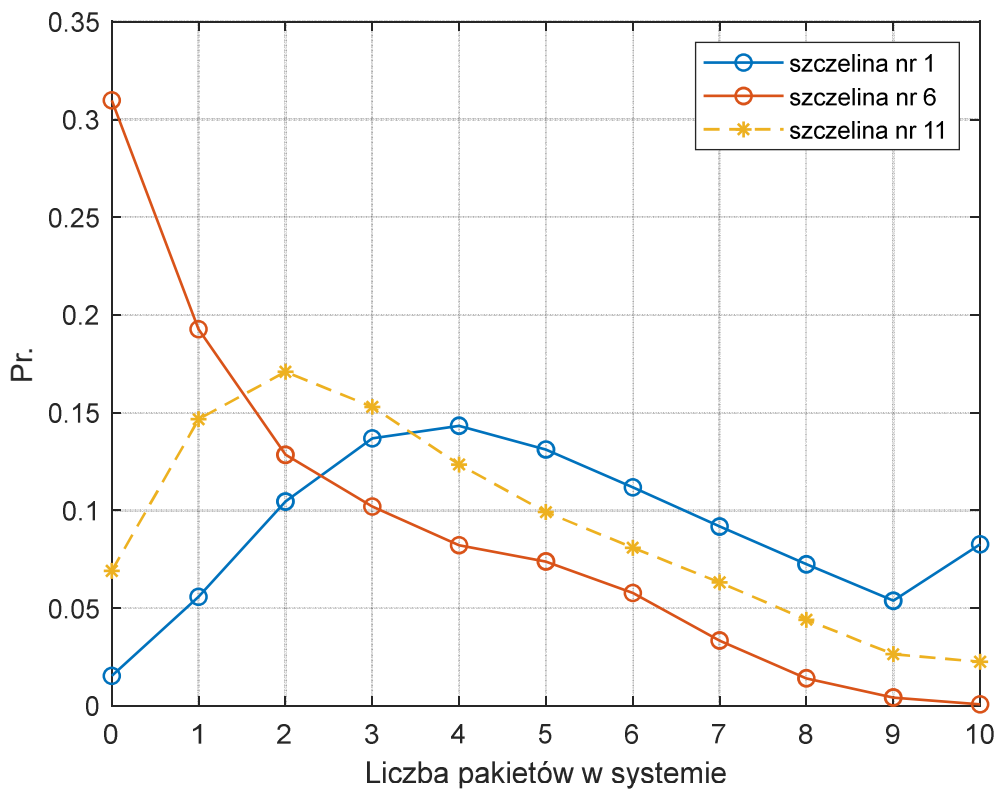
Rys. 3.12 Wartość oczekiwana i wariancja liczby pakietów w i -tej szczelinie dla napływu pakietów zgodnego z rozkładem dwupunktowym i geometrycznym.

Przykład 3.:

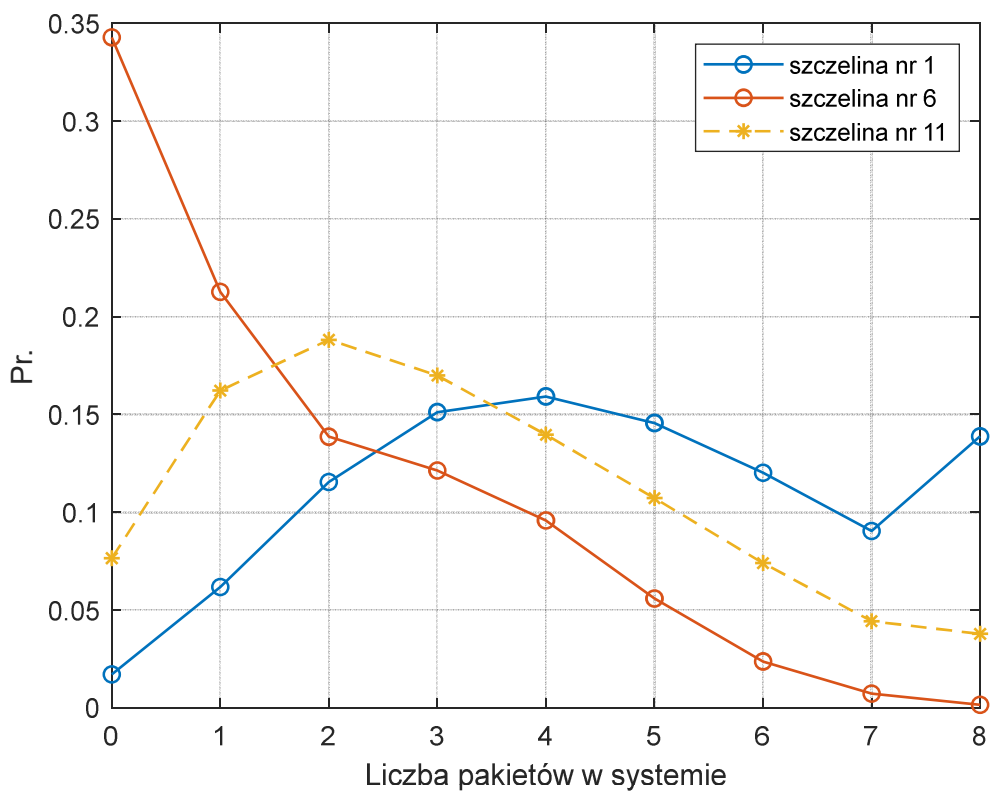
System $T_A = 5, T_N = 10$. Liczba pakietów napływających w momencie rozpoczęcia szczeliny zgodna z rozkładem Poissona dla parametru $\lambda = 0,30$ (średnia liczba napływających pakietów $E[n^{Arr}] = 0,30$). Bufor o skończonej pojemności $B \in \{10, 8, 5\}$ pakietów. Celem tego przykładu jest pokazanie wpływu skończonej pojemności bufora na rozkład stanu systemu.

Na Rys. 3.13, Rys. 3.14 i Rys. 3.15 przedstawiono rozkłady dla buforów o pojemności, odpowiednio, 10, 8 i 5 pakietów. Na każdym z rysunków przedstawiono rozkłady dla szczelin nr 1, 6 i 11 - na początku okresu aktywności (1), na początku okresu wakacji (6) oraz w połowie okresu wakacji (11).

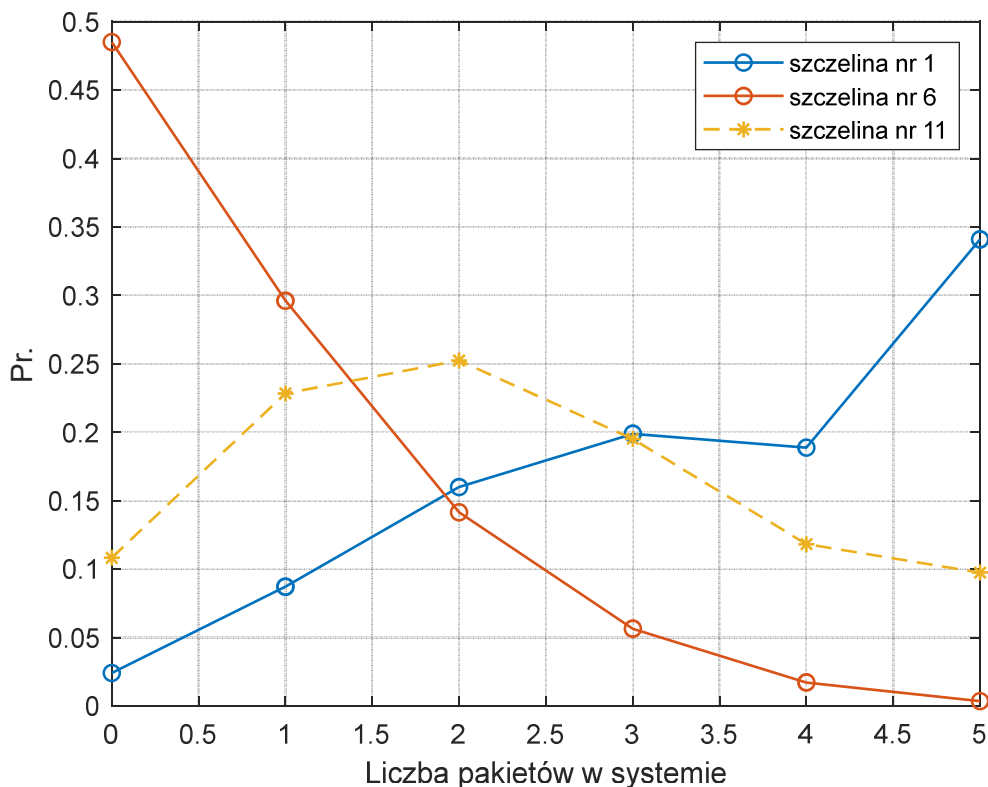
Krótszy bufor zmniejsza liczbę możliwych do osiągnięcia stanów systemu, a najwyższy możliwy do osiągnięcia stan odpowiada maksymalnej pojemności bufora. Prawdopodobieństwa, że w szczelinie nr 1 bufor będzie pełny oraz, że w szczelinie nr 6 bufor będzie pusty, są tym większe, im krótszy jest bufor. Oba wyniki są zgodne z przewidywaniami – krótszy bufor częściej się zapełnia i łatwiej opróżnia.



Rys. 3.13 Rozkład stanu systemu, bufor o pojemności $B = 10$.



Rys. 3.14 Rozkład stanu systemu, bufor o pojemności $B = 8$.



Rys. 3.15 Rozkład stanu systemu, bufor o pojemności $B = 5$.

3.2.2 Rozkład czasu przebywania pakietu w systemie

Czas przebywania pakietu w systemie definiuje się jako odstęp czasu między momentem przybycia pakietu do systemu obsługi, a momentem zakończenia obsługi tego pakietu. Rozkład czasu przebywania pakietu w systemie zostanie wyznaczony na podstawie rozkładów stanu systemu w kolejnych szczelinach czasowych.

Aby uprościć opis dalszej analizy, niech zdarzenie zakończenia obsługi pakietu zachodzi w momencie zakończenia szczeliny, a nie w momencie rozpoczęcia kolejnej szczeliny. Zmiana ta nie wpływa znacząco na sposób wyznaczenia rozkładu liczby pakietów w systemie w momencie rozpoczęcia szczeliny (oraz nie wpływa na wynik tej analizy), a ułatwi posługiwanie się indeksami szczelin - pakiety będą opuszczać system w momencie zakończenia i -tej szczeliny należącej do okresu aktywności ($i = 1, \dots, K$), a nie w momencie rozpoczęcia szczeliny następującej po szczelinie należącej do okresu aktywności ($i = 2, \dots, K, K + 1$). Oczywiście moment zakończenia szczeliny, moment napływu nowych pakietów oraz moment rozpoczęcia następnej szczeliny są to te same momenty. Dokładniej, odległość czasowa pomiędzy momentem zakończenia szczeliny a momentem napływu nowych pakietów jest

nieskończenie mała, podobnie jak odległość czasowa pomiędzy momentem napływu pakietów a momentem rozpoczęcia kolejnej szczeliny.

W przypadku gdy system obsługi obsługuje tylko jeden system wirtualny i nie występują okresy braku obsługi (tzn. system jest pełnodostępny, z obsługą ciągłą), rozkład czasu przebywania pakietu w systemie można wyznaczyć na podstawie zależności (3.18) [88]:

$$\Pr\{D = n\} = \begin{cases} 0, & \text{dla } n = 0 \\ \frac{\Pr\{X = n\}}{\rho}, & \text{dla } n \geq 1 \end{cases} \quad (3.18)$$

gdzie:

$\Pr\{D = n\} = D(n)$ - oznacza prawdopodobieństwo, że pakiet przebywał w systemie n szczelin czasowych,

$\Pr\{X = n\} = X(n)$ – oznacza prawdopodobieństwo, że w systemie w momencie rozpoczęcia szczeliny czasowej znajdowało się n pakietów,

ρ – oznacza obciążenie system,

Autorzy pracy [88] zastosowali te same założenia dotyczące sposobu działania systemu tj. system jest dyskretny, czas obsługi pakietów jest stały, po zakończeniu obsługi do systemu napływa pewna liczba pakietów, po czym do obsługi pobierany jest jeden pakiet.

Jako krok pośredni do wyznaczenia rozkładu czasu przebywania pakietu w systemie z wakacjami, obliczone zostanie prawdopodobieństwo, że pakiet, który opuścił system w momencie zakończenia i -tej szczeliny w cyklu, przebywał w systemie n szczelin czasowych.

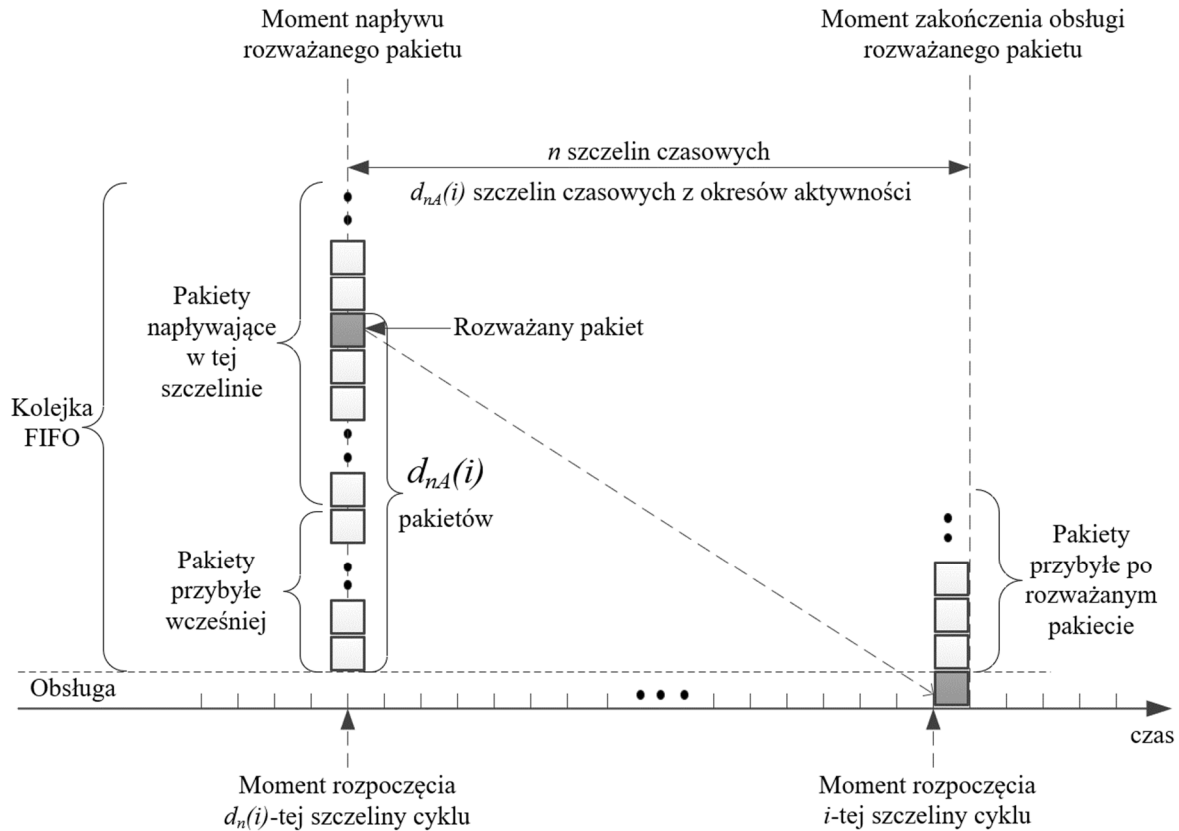
3.2.2.1 Parametry $d_n(i)$ oraz $d_{n_A}(i)$

Wprowadzone zostaną dwa parametry:

- $d_n(i)$ – numer szczeliny, w której rozważany pakiet napłynął do systemu,
- $d_{n_A}(i)$ – liczba szczelin należących do okresów aktywności, liczonych między momentem przyścia pakietu, a momentem opuszczenia przez niego systemu.

Ilustracja graficzna parametrów została przedstawiona na Rys. 3.16.

Ponieważ pakiety są pobierane do obsługi w momencie rozpoczęcia szczeliny, a zakończenie obsługi następuje wraz z zakończeniem szczeliny, to zawsze $d_{n_A}(i) \geq 1$. Należy zauważyć, że wartość $(d_{n_A}(i) - 1)$ odpowiada liczbie pakietów przebywających w systemie w momencie przybycia rozważanego pakietu. Te pakiety powinny zostać obsłużone przed rozważanym pakietem (zgodnie z przyjętą dyscypliną obsługi pakietów FIFO – ang. *First In - First Out*).



Rys. 3.16 Ilustracja parametrów $d_n(i)$ oraz $d_{nA}(i)$.

Zależność na $d_n(i)$ można w prosty sposób wydedukować – jeśli pakiet opuścił system w momencie zakończenia i -tej ($i = 1, \dots, K$) szczeliny, a przebywał w nim n szczelin, oznacza to, że do systemu napłynął w momencie rozpoczęcia szczeliny $(i - n + 1)$ -szej. Uwzględniając cykliczność numeracji szczelin, można wydedukować, że:

$$d_n(i) = \text{Mod}[i - n + 1, N], \text{ dla } i = 1, \dots, K, \quad (3.19)$$

gdzie $\text{Mod}[x, y]$ oznacza resztę z dzielenia x przez y , jednak chcąc konsekwentnie używać przyjętej konwencji numerowania szczelin w cyklu, tj. numerów od 1 do N , gdzie przed szczeliną numer 1 występuje szczelina numer N , a nie szczelina numer 0, zależność na $d_n(i)$ należy zapisać następująco:

$$d_n(i) = N - \text{Mod}[n - i - 1, N], \text{ dla } i = 1, \dots, K. \quad (3.20)$$

Różnica między równaniami (3.19) a (3.20) jest jedynie taka, że tam gdzie z pierwszej zależności otrzymujemy wartość 0, to z drugiej zależności otrzymujemy wartość N .

Dowód:

Niech:

$$\text{Mod}[x, N] = \begin{cases} y, & \text{dla } x \neq k \cdot N \\ 0, & \text{dla } x = k \cdot N \end{cases}$$

dla dowolnego $k \in \mathbb{Z}$. Stąd:

$$\text{Mod}[-x, N] = \begin{cases} N - y, & \text{dla } x \neq k \cdot N \\ 0, & \text{dla } x = k \cdot N \end{cases}$$

Ostatecznie:

$$N - \text{Mod}[-x, N] = \begin{cases} y, & \text{dla } x \neq k \cdot N \\ N, & \text{dla } x = k \cdot N \end{cases}$$

Zależność na $d_{n_A}(i)$ ma następującą postać:

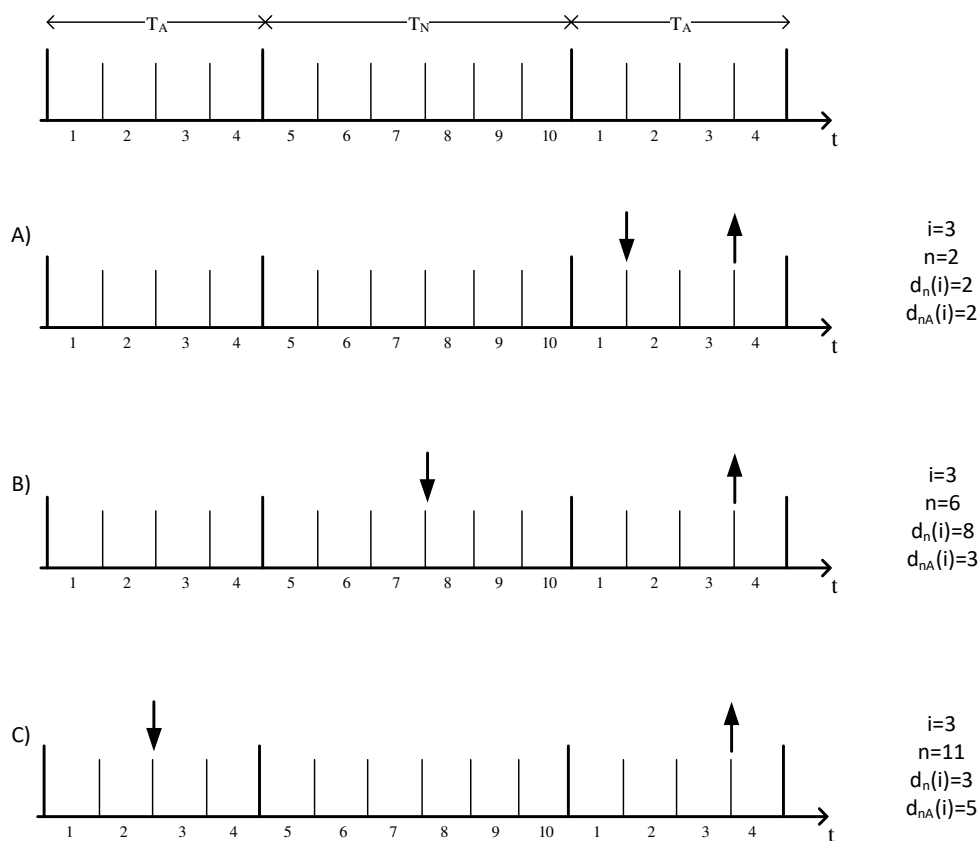
$$d_{n_A}(i) = \begin{cases} n, & \text{dla } i \geq n \\ i + \left\lfloor \frac{n-i}{N} \right\rfloor K + \max(\text{Mod}[n-i, N] - V, 0), & \text{dla } i < n \end{cases} \quad (3.21)$$

gdzie $[x]$ oznacza część całkowitą x . W celu wyjaśnienia tej zależności przedstawiono Rys. 3.17, na którym zaprezentowano system z cyklem długości $N = 10$, w którym zawiera się $K = 4$ szczelin aktywnych i $V = 6$ szczelin okresu wakacji. Cykl rozpoczyna się okresem aktywności. Moment napłynięcia pakietu do systemu jest reprezentowany strzałką skierowaną do dołu, moment opuszczenia systemu przez pakiet – strzałką skierowaną do góry.

Rysunek A) reprezentuje sytuację, gdy $i \geq n$, tj. numer szczeliny, na zakończenie której pakiet opuścił system, jest większy lub równy niż czas przebywania tego pakietu w systemie. Przypadek ten może wystąpić wyłącznie, gdy pakiet napłynął i opuścił system w ramach tego samego okresu aktywności (czyli w ramach jednego cyklu). Pakiet przebywał w systemie wyłącznie w trakcie trwania szczelin okresu aktywności, stąd $d_{n_A}(i) = n$.

Przypadek dla $i < n$, odpowiada sytuacji, gdy zdarzenia napływu i zakończenia obsługi danego pakietu występują w różnych cyklach. Przykłady takich sytuacji zostały zaprezentowane na Rysunkach B) i C). Wzór opisujący czas przebywania w systemie składa się z 3 składników: 1) i – odpowiada liczbie szczelin okresu aktywności liczonych w ramach cyklu, w którym pakiet opuścił system, 2) do momentu rozpoczęcia ostatniego cyklu pakiet oczekiwał $(n - i)$ szczelin czasowych, co daje $\left\lfloor \frac{n-i}{N} \right\rfloor$ pełnych cykli, w każdym z nich K szczelin okresu aktywności, 3) po odjęciu pełnych cykli od wartości $n - i$, otrzymuje się pozostałą liczbę szczelin: $n' = \text{Mod}[n - i, N]$. Jeżeli wartość n' jest dodatnia, należy interpretować ją jako

liczbę szczelin jaką pakiet oczekiwał w ramach cyklu, w którym napłynął do systemu¹¹. Szczeliny n' liczone są od końca cyklu, więc pierwszych V szczelin należy do okresu wakacji, stąd liczba szczelin aktywnych wynosi $\max(n' - V, 0)$.



Rys. 3.17 Ilustracja wyznaczania parametru $d_{n_A}(i)$.

Warto zauważyć, że zależności (3.21) nie trzeba rozбивać na 2 przypadki, gdyż postać przedstawiona dla $i < n$ jest prawdziwa dla każdego i .

Dla $i = n$:

$$d_{n_A}(i) = i + \left\lfloor \frac{0}{N} \right\rfloor K + \max(\text{Mod}[0, N] - V, 0) = i = n,$$

dla $i > n$:

Zawsze $n \geq 1$, więc z założenia $2 \leq i \leq K < N$ oraz $1 \leq i - n < N \leftrightarrow -N < n - i \leq -1$.

Stąd $\left\lfloor \frac{n-i}{N} \right\rfloor = -1$ oraz $\text{Mod}[n - i, N] = n - i + N$,

¹¹ Gdy $n' = 0$, oznacza to, że pakiet napłynął w pierwszej szczelinie cyklu, więc czekał pełny cykl, co zostało już uwzględnione w części 2) wzoru (3.21).

Ostatecznie:

$$\begin{aligned} d_{n_A}(i) &= i + (-1)K + \max(n - i + N - V, 0) = \\ &= i - K + \max(n - i + K, 0) = i - K + n - i + K = n. \end{aligned}$$

Wobec tego:

$$d_{n_A}(i) = i + \left\lfloor \frac{n-i}{N} \right\rfloor K + \max(\text{Mod}[n-i, N] - V, 0). \quad (3.22)$$

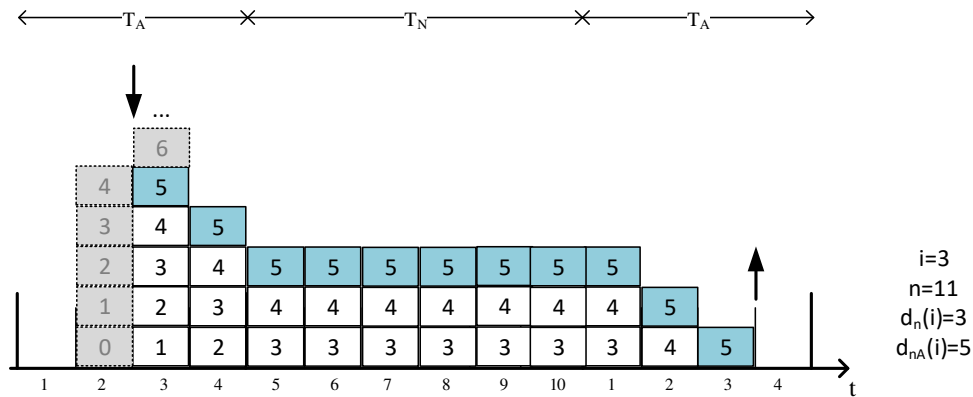
Prawdopodobieństwo, że pakiet, który opuścił system w momencie zakończenia i -tej szczeliny przebywał w systemie n szczelin czasowych, $\Pr\{D_i = n\}$, można wydedukować następująco: pakiet musiał napłynąć do systemu w momencie rozpoczęcia szczeliny numer $d_n(i)$ oraz musiał przebywać w systemie $d_{n_A}(i)$ szczelin aktywnych. Oznacza to, że pakiet napłynął do systemu na miejsce numer $d_{n_A}(i)$. Jest to możliwe tylko wtedy, gdy 1) przed momentem napływu, ale po zakończeniu obsługi, w systemie znajduje się maksymalnie $d_{n_A}(i) - 1$ pakietów oraz 2) wśród pakietów, które napłynęły, znajduje się pakiet, który zajmie $d_{n_A}(i)$ -te miejsce¹² w systemie.

Dodatkowo rozważane prawdopodobieństwo jest prawdopodobieństwem warunkowym, gdzie warunkiem jest zajście zdarzenia zakończenia obsługi pakietu. Prawdopodobieństwo, że w momencie zakończenia i -tej ($i = 1, \dots, K$) szczeliny zakończyła się obsługa pakietu wynosi $\rho_i = 1 - \Pr\{X_i = 0\}$ (jeśli w systemie znajdował się jakiś pakiet, to był on obsługiwany) i jest ono różne dla różnych szczelin.

Przykład przedstawiony na Rys. 3.18 prezentuje system, gdzie $N = 10, K = 4, V = 6$. Rozważany w ramach przykładu pakiet opuszcza system w momencie zakończenia trzeciej szczeliny, a przebywał w systemie przez 11 szczelin czasowych. Oznacza to, że do systemu napłynął w momencie rozpoczęcia trzeciej szczeliny (poprzedniego cyklu) i napłynął na piąte miejsce w systemie. Nie ma znaczenia kiedy pakiety zajmujące pozycje 1-4 napłynęły do systemu. W skrajnych przypadkach: 1) w czasie trwania drugiej szczeliny w systemie było 5 pakietów (4 pakiety przebywały w kolejce), jeden pakiet został obsłużony w momencie zakończenia tej szczeliny, a rozważany pakiet jest pierwszym z paczki pakietów napływających w trzeciej szczelinie; 2) w czasie trwania drugiej szczeliny system był pusty, a rozważany pakiet jest piątym z paczki pakietów napływających w trzeciej szczelinie. Nie ma znaczenia,

¹² Aby pakiet mógł zająć $d_{n_A}(i)$ -te miejsce w systemie, bufor musi mieć pojemność $B \geq d_{n_A}(i)$.

czy po rozważanym pakiecie napływają kolejne pakiety: w pierwszym przypadku musiał napłynąć przynajmniej 1, w drugim musiało napłynąć ich przynajmniej 5. W trzeciej szczelinie zaznaczono potencjalny napływ pakietu nr 6 (i kolejnych), ale w dalszych szczelinach przedstawiono tylko położenie pakietów do nr 5.



Rys. 3.18 Ilustracja czasu przebywania w systemie.

Podsumowując, aby wyznaczyć prawdopodobieństwo, że pakiet, który opuścił system w momencie zakończenia i -tej szczeliny przebywał w systemie n szczelin czasowych, należy zsumować prawdopodobieństwa uwzględniające różne możliwe stany systemu w chwili napływu paczki pakietów. Stan systemu w takiej chwili odpowiada stanowi kolejki obserwowanemu w poprzedniej szczelinie¹³ i jest to właściwość prawdziwa zarówno dla szczelin okresu aktywności jak i okresu wakacji. Ostatecznie:

$$\Pr\{D_i = n\} = \begin{cases} 0, & \text{dla } n = 0 \text{ lub } d_{nA}(i) > B \\ \frac{\sum_{j=0}^{d_{nA}(i)-1} [\Pr\{Q_{d_n(i)-1} = j\} \Pr\{n_i^{Arr} \geq d_{nA}(i) - j\}]}{\rho_i}, & \text{dla } n \geq 1 \text{ i } d_{nA}(i) \leq B \end{cases} \quad (3.23)$$

Gdzie ρ_i jest obciążeniem i -tej szczeliny, $\rho_i = 1 - \Pr\{X_i = 0\}$, $i = 1, \dots, K$; $\Pr\{n_i^{Arr} \geq k\}$ to prawdopodobieństwo, że w i -tej szczelinie do systemu napłynie co najmniej k pakietów, a j to liczba pakietów znajdujących się w kolejce w czasie trwania szczeliny poprzedzającej napływ paczki pakietów. Szczelina ta ma numer $d_n(i) - 1$, więc chcąc konsekwentnie stosować konwencję, że przed szczeliną nr 1 występuje szczelina nr N (a nie nr 0), należy zdefiniować, że:

$$d_n(i) - 1 := \begin{cases} N, & \text{dla } d_n(i) = 1 \\ d_n(i) - 1, & \text{dla } d_n(i) \neq 1 \end{cases} \quad (3.24)$$

¹³ Zakładając, że stan kolejki jest obserwowany w momencie rozpoczęcia szczeliny, ale po pobraniu pakietu do obsługi.

Prawdopodobieństwo, że pakiet, który opuścił system w momencie zakończenia i -tej szczeliny przebywał w nim n szczelin czasowych wynosi 0 dla dwóch przypadków: 1) dla czasu równego 0 – obsługa pakietu trwa jedną szczelinę, więc najmniejsza wartość tego czasu wynosi 1, oraz 2) dla par wartości (n, i) , dla których parametr $d_{n_A}(i) > B$, gdyż nie jest możliwe, żeby pakiet przebywał w systemie przez więcej niż B szczelin okresu aktywności. Przykładowo, w systemie $N = 10, K = 4, V = 6$, jeśli pojemność bufora wynosi $B = 2$, to pakiet może przebywać w systemie maksymalnie 2 szczeliny aktywne i maksymalnie 8 szczelin, np. gdy napłytnie do systemu na drugie miejsce w pierwszej szczelinie okresu wakacji. W ogólności, maksymalny możliwy czas przebywania pakietu w systemie o parametrach $N = K + V$ i pojemności bufora B wynosi:

$$D_{max}(K, V, B) = \left\lceil \frac{B}{K} \right\rceil \cdot V + B, \quad (3.25)$$

gdzie $\lceil x \rceil$ oznacza zaokrąglenie x w górę do pełnych jednośc.

Na podstawie prawdopodobieństw wyznaczonych ze wzoru (3.23) można w łatwy sposób wyznaczyć prawdopodobieństwa czasów przebywania w systemie dla losowo wybranego pakietu:

$$\Pr\{D = n\} = \frac{\sum_{i=1}^{i=K} \rho_i \Pr\{D_i = n\}}{\sum_{i=1}^{i=K} \rho_i}, \quad (3.26)$$

gdzie $\rho_i = 1 - \Pr\{X_i = 0\}$.

3.2.2.2 Porównanie z systemem pełnodostępnym

System, w którym $K = N = 1$ oraz $V = 0$ czyli cykl składa się z jednej szczeliny aktywnej, jest de facto systemem pełnodostępnym (tj. z obsługą ciągłą). Wobec tego, dla takiego przypadku, zależność (3.26) powinna redukować się do zależności (3.18).

Podstawiając $K = N = 1$ do (3.26), (3.20), (3.24) oraz (3.22) otrzymujemy:

$$\Pr\{D = n\} = \Pr\{D_1 = n\};$$

$$d_n(1) = 1 - \text{Mod}[n - 1 - 1, 1] = 1 - 0 = 1,$$

$$d_n(1) - 1 = 0 \rightarrow d_n(1) - 1 := N = 1;$$

$$d_{n_A}(1) = 1 + \left\lceil \frac{n-1}{1} \right\rceil * 1 + \max(\text{Mod}[n-1, 1] - 0, 0) = n.$$

Otrzymane zależności są poprawne: 1) wszystkie pakiety kończą obsługę w pierwszej szczelinie; 2) pakiet napłynął w szczelinie poprzedzającej pierwszą szczelinę cyklu, czyli w pierwszej szczelinie cyklu (zgodnie z (3.24)); 3) pakiet przebywał w systemie przez n szczelin aktywnych.

Równanie (3.23) przyjmuje postać:

$$\Pr\{D = n\} = \begin{cases} 0, & \text{dla } n = 0 \text{ lub } n > B \\ \frac{\sum_{j=0}^{n-1} [\Pr\{Q = j\} \Pr\{n^{Arr} \geq n - j\}]}{\rho}, & \text{dla } 1 \leq n \leq B \end{cases}$$

W tym systemie jest tylko jedna szczelina, więc został pominięty jej numer („1”). Porównując otrzymaną zależność z (3.18)¹⁴, otrzymuje się:

$$X(n) = \sum_{j=0}^{n-1} Q(j) \Pr\{n^{Arr} \geq n - j\}, \text{ dla } 1 \leq n \leq B, \quad (3.27)$$

gdzie $X(n)$ (oraz $Q(j)$) to skrócona forma zapisu $\Pr\{X = n\}$ (oraz $\Pr\{Q = j\}$). Powszechnie znaną zależnością na stan systemu pełnodostępnego jest

$$X(n) = \sum_{j=0}^n Q(j) \Pr\{n^{Arr} = n - j\}, \text{ dla } n \geq 0. \quad (3.28)$$

Formalny dowód poprawności wzoru (3.27).

Poprawność wzoru zostanie wykazana przy pomocy indukcji matematycznej.

Dla $n=1$:

$$\begin{aligned} X(1) &= \sum_{j=0}^0 Q(j) \Pr\{n^{Arr} \geq 1 - j\} = Q(0) \Pr\{n^{Arr} \geq 1\} = \\ &= Q(0) (\Pr\{n^{Arr} \geq 0\} - \Pr\{n^{Arr} = 0\}) = Q(0) - Q(0) \Pr\{n^{Arr} = 0\} = \\ &= X(0) + X(1) - X(0) = X(1) \end{aligned}$$

Gdyż: $Q(0) = X(0) + X(1)$, oraz z (3.28): $Q(0) \Pr\{n^{Arr} = 0\} = X(0)$.

Hipoteza indukcyjna. Dla wybranego $n = k, k \geq 1$:

¹⁴ Przypominając, (3.18):

$$\Pr\{D = n\} = \begin{cases} 0, & \text{dla } n = 0 \\ \frac{\Pr\{X = n\}}{\rho}, & \text{dla } n \geq 1 \end{cases}$$

W tym przypadku także $\Pr\{X = n\} = 0$ dla $n > B$, ale nie ma konieczności wyszczególniać tego we wzorze: $0/\rho = 0$.

$$X(k) = \sum_{j=0}^{k-1} Q(j)Pr\{n^{Arr} \geq k - j\}$$

Krok indukcyjny. Dla $n = k + 1$:

$$\begin{aligned} X(k+1) &= \sum_{j=0}^k Q(j)Pr\{n^{Arr} \geq k+1-j\} = \\ &= \sum_{j=0}^k Q(j)(Pr\{n^{Arr} \geq k-j\} - Pr\{n^{Arr} = k-j\}) = \\ &= \sum_{j=0}^k Q(j)Pr\{n^{Arr} \geq k-j\} - \sum_{j=0}^k Q(j)Pr\{n^{Arr} = k-j\} = \\ &= \sum_{j=0}^{k-1} Q(j)Pr\{n^{Arr} \geq k-j\} + Q(k)Pr\{n^{Arr} \geq 0\} - X(k) = \\ &= X(k) + X(k+1) - X(k) = X(k+1) \end{aligned}$$

Gdyż z (3.28): $\sum_{j=0}^k Q(j)Pr\{n^{Arr} = k-j\} = X(k)$, z hipotezy indukcyjnej: $\sum_{j=0}^{k-1} Q(j)Pr\{n^{Arr} \geq k-j\} = X(k)$, oraz dla $k \geq 1$, $Q(k) = X(k+1)$.

Poprawność zależności dla $n = 1$, jak i krok indukcyjny zostały udowodnione, tym samym **na mocy indukcji matematycznej, równanie (3.27) jest prawdziwe dla wszystkich $n \geq 1$.**

Równanie (3.28) jest wynikiem obserwacji stanu systemu w kolejnych szczelinach czasowych. Stan systemu wynosi n , jeżeli suma pakietów znajdujących się w kolejce w poprzedniej szczelinie oraz tych pakietów, które właśnie napłynęły, wynosi n .

Prawa strona równania (3.27) opisuje prawdopodobieństwo, że w danej szczelinie napłynie paczka pakietów i jeden pakiet z tej paczki zajmie n -te miejsce w systemie (stąd prawdopodobieństwo to jest zdefiniowane dla $n \geq 1$). Należy jednak wyjaśnić, dlaczego prawdopodobieństwo to równa się prawdopodobieństwu wystąpienia stanu systemu $X(n)$ (dla $n \geq 1$) obserwowanego w danej szczelinie. Rozumując podobnie jak w [88], można zauważyć, że:

Obserwacja 1: Z prawa zachowania pracy [89] wynika, że dla danej realizacji procesu napływu, ewolucja stanu systemu pełnodostępnego jest taka sama dla dowolnie przyjętej dyscypliny obsługi. W danej szczelinie czasowej do obsługi pobierany jest jeden pakiet – czy będzie to

pierwszy, ostatni czy dowolnie wybrany inny pakiet, nie ma to wpływu na całkowitą liczbę pakietów w systemie. Jednocześnie, wybrana dyscyplina obsługi nie wpływa na miejsce w systemie, które zajmie napływający pakiet.

W konsekwencji, wybrana dyscyplina obsługi pakietów nie wpływa na 1) liczbę wystąpień danego stanu oraz 2) liczbę napływów na n -te miejsce.

Obserwacja 2: Przy dyscyplinie LIFO (ang. *Last In – First Out*) pakiety nie zmieniają pozycji zajmowanej w systemie, tzn. pakiet, który napłynął na n -te ($n \geq 1$) miejsce w systemie, zostanie pobrany do obsługi, gdy stan systemu w momencie rozpoczęcia szczeliny będzie wynosić n . W konsekwencji, w systemie z dyscypliną obsługi LIFO:

Liczba pakietów, które napłynęły na n -te miejsce w systemie, $L_p(n)$, odpowiada liczbie wystąpień stanu systemu równego n , $L_s(n)$, dla każdego $n \geq 1$. Biorąc pod uwagę wnioski z *Obserwacji 1* można stwierdzić, że zależność ta zachodzi dla systemu z dowolną dyscypliną obsługi. Dla LIFO jest to szczególnie dobrze widoczne, ponieważ ten sam pakiet napłynie na n -te miejsce, jak i zostanie obsłużony, gdy system będzie w stanie n .

Obserwując system przez dążącą do nieskończoności liczbę szczelin, można stwierdzić, że:

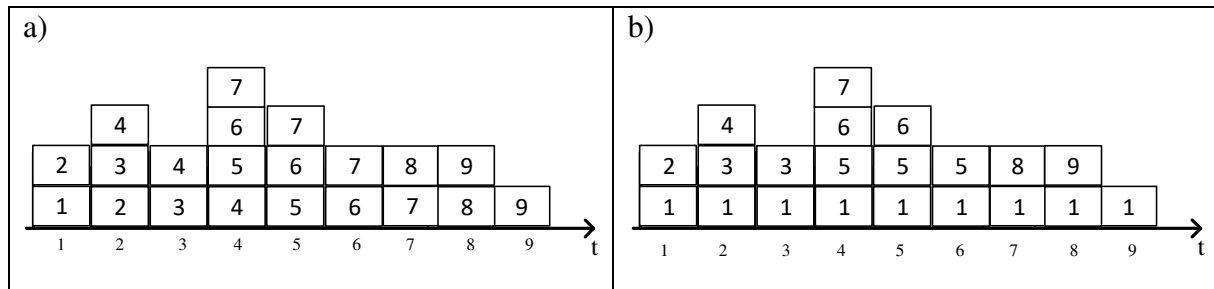
- Dzieląc liczbę pakietów, które napłynęły na n -te ($n \geq 1$) miejsce w systemie, $L_p(n)$, przez liczbę obserwowanych szczelin, ozn. L_0 , otrzymuje się prawdopodobieństwo, że w losowo wybranej szczelinie napłynął pakiet, który zajął n -te miejsce.¹⁵
- Dzieląc liczbę wystąpień stanów systemu równych n ($n \geq 0$), $L_s(n)$, przez liczbę obserwowanych szczelin, ozn. L_0 otrzymuje się prawdopodobieństwo, że w losowo wybranej szczelinie stan systemu wynosi n .

Ponieważ $L_p(n) = L_s(n)$ dla każdego $n \geq 1$, również końcowe prawdopodobieństwa, dla $n \geq 1$, są identyczne. Własność ta nie zachodzi dla $n = 0$, gdyż z definicji $L_p(0) = 0$ (napływający pakiet nie może zająć „zerowego” miejsca w systemie), natomiast $L_s(0)$ to liczba szczelin, w których system był pusty, co jest sytuacją zupełnie normalną.

Na Rys. 3.19 przedstawiono przykładową ewolucję systemu w systemach a) FIFO oraz b) LIFO. Każdy kwadrat symbolizuje pakiet, jego położenie odpowiada zajmowanemu w systemie miejscu. Numery wewnątrz kwadratów oznaczają kolejność napływu pakietu.

¹⁵ Należy zwrócić uwagę, że suma tych prawdopodobieństw po możliwych wartościach n nie wynosi 1, gdyż istnieje możliwość, że w danej szczelinie nie napłynął żaden pakiet.

Przedstawiono jeden pełny okres, w którym dokonywała się obsługa pakietów (ang. *busy period*).



Rys. 3.19 Ilustracja ewolucji systemu.

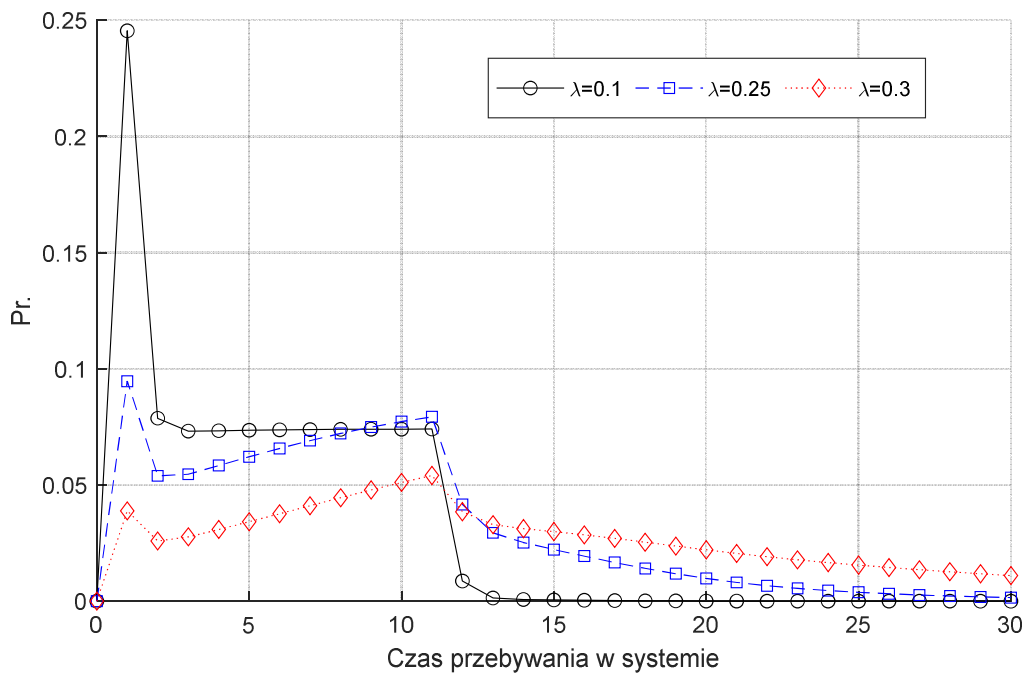
Należy zwrócić uwagę, że o ile liczba pakietów przebywających w systemie jest taka sama, niezależnie od przyjętej dyscypliny obsługi, to wpływa ona na to, które pakiety przebywają w systemie. Pакiet napływający na n -te miejsce a) w systemie z dyscypliną FIFO będzie przebywał w nim przez n szczelin czasowych i po tym czasie opuści system niezależnie od jego aktualnego stanu, natomiast b) w systemie z dyscypliną LIFO zostanie pobrany do obsługi, gdy stan systemu będzie wynosił n , niezależnie od tego jak długo w nim przebywał.

3.2.2.3 Przykładowe wyniki

W tym rozdziale przedstawione zostaną przykłady obliczonych czasów przebywania w systemie dla scenariuszy jak w rozdziale 3.2.1.1. Wszystkie wyniki zostały zweryfikowane wynikami symulacyjnymi.

Przykład 1.:

System $T_A = 5, T_N = 10$, bufor o nieskończonej pojemności. Liczba pakietów napływających w momencie rozpoczęcia szczeliny zgodna z rozkładem Poissona, dla trzech wartości parametru $\lambda \in \{0,1; 0,25; 0,30\}$. Otrzymane wyniki przedstawiono na Rys. 3.20. Dla przypadku $\lambda = 0,1$, z powodu niskiej intensywności napływu, pakiet trafia najczęściej do pustego systemu (por. z Rys. 3.6). Jeśli pakiet napłynie do pustego systemu w okresie aktywności – przebywa w nim przez jedną szczelinę¹⁶, jeśli napłynie do pustego systemu w okresie wakacji – czeka do rozpoczęcia okresu aktywności i jest obsługiwany przez jedną szczelinę. Stąd prawdopodobieństwa dla czasów 2-11 są praktycznie jednakowe. Gdy intensywność napływu zostanie zwiększona, można zaobserwować wzrost prawdopodobieństw w zakresie czasów 2-11, oraz wydłużenie ogona rozkładu.

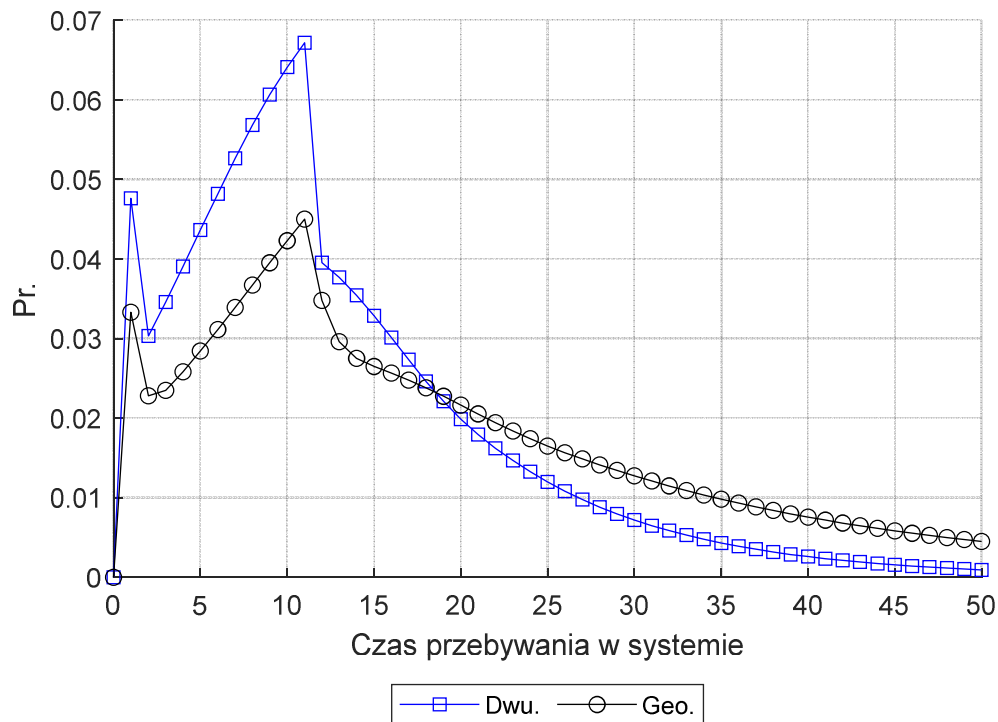


Rys. 3.20 Rozkład czasu przebywania w systemie. Napływ pakietów zgodny z procesem Poissona.

¹⁶ Możliwe są też inne stany systemu w momencie napływu pakietu (zarówno w okresie aktywności jak i wakacji), stąd $\Pr\{D = 1\} < 0.33$.

Przykład 2.:

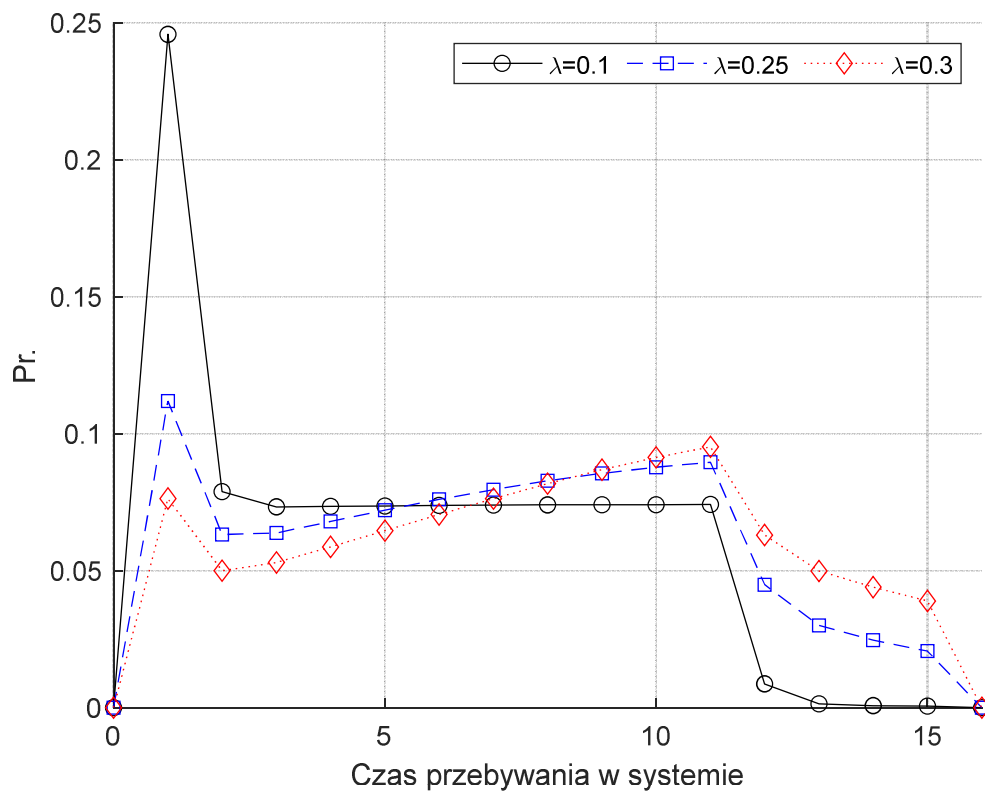
System $T_A = 5, T_N = 10$, bufor o nieskończonej pojemności. Napływ paczki pakietów w danej szczelinie dany jest rozkładem geometrycznym lub rozkładem dwupunktowym o wartości średniej liczby napływających pakietów wynoszącej 0,3. Otrzymane wyniki przedstawiono na Rys. 3.21. Podobnie jak w przypadku rozkładu stanu systemu, rozkład czasu przebywania w systemie charakteryzuje się dłuższym ogonem w przypadku napływu zgodnego z rozkładem geometrycznym. Wyniki potwierdzają poprawność metody wyliczania rozkładu czasu przebywania w systemie z rozkładu stanu systemu, niezależnie od założonego rozkładu napływu pakietów (rozkład napływu pakietów był jednakowy w każdej szczelinie). Podobnie jak w Przykładzie 1. można zaobserwować wzrost prawdopodobieństw w zakresie czasów 2-11.



Rys. 3.21 Rozkład czasu przebywania w systemie. Napływ pakietów zgodny z rozkładem dwupunktowym i geometrycznym.

Przykład 3.:

System $T_A = 5, T_N = 10$, bufor o skończonej pojemności $B = 5$. Liczba pakietów napływających w momencie rozpoczęcia szczeliny zgodna z rozkładem Poissona dla parametru $\lambda \in \{0,1; 0,25; 0,3\}$. Celem tego przykładu jest pokazanie wpływu skończonej pojemności bufora na rozkład czasu przebywania w systemie. Zgodnie z zależnością (3.25) maksymalny czas przebywania w takim systemie wynosi 15. Wykres dla $\lambda = 0,1$ praktycznie nie różni się od tego pokazanego na Rys. 3.20 – prawdopodobieństwa dla czasów powyżej 15 i tak były pomijalnie małe. W przypadku intensywności napływu $\lambda \in \{0,25; 0,3\}$ można zaobserwować „obcięcie ogona” rozkładu, a tym samym zwiększenie prawdopodobieństw w zakresie możliwych czasów 1-15.



Rys. 3.22 Rozkład czasu przebywania w systemie. Bufor o pojemności $B = 5$.

3.2.3 Prawdopodobieństwo straty pakietu

W tym rozdziale przedstawiony zostanie sposób wyznaczania prawdopodobieństwa straty pakietu. Prawdopodobieństwo to można przedstawić jako iloraz dwóch wartości: 1) liczby pakietów, które napływając zastaną pełną kolejkę, względem 2) liczby pakietów, które napłyną. Wartości te powinny być obserwowane za okres o długości dążącej do nieskończoności lub powinny być wartościami oczekiwanymi za okres cyklu.

W momencie napływu wybranego pakietu, w kolejce znajduje się pewna liczba pakietów, która jest sumą 1) wartości stanu kolejki przed napływem paczki pakietów oraz 2) liczby pakietów, które napłynęły w tej samej paczce, ale przed rozważanym pakietem. W analizie zakłada się, że rozkład liczby pakietów napływających w paczkach w poszczególnych szczelinach czasowych jest znany i nie zależy od aktualnego stanu systemu. Przez $Pr\{n_i^{Arr} = k\}$ oznaczane będzie prawdopodobieństwo, że w i -tej szczelinie napłynęło k pakietów.

Szukane prawdopodobieństwo zostanie wyznaczone w trzech krokach:

- Prawdopodobieństwo straty pakietu napływającego w i -tej szczelinie pod warunkiem, że w momencie jej rozpoczęcia w buforze jest l ($l = 0, 1, \dots, B$) wolnych miejsc:

$$P_{loss}(l, i) = \frac{\sum_{j=l+1}^{\infty} (j-l) * Pr\{n_i^{Arr} = j\}}{\sum_{j=0}^{\infty} j * Pr\{n_i^{Arr} = j\}} = \left(\sum_{j=l+1}^{\infty} (j-l) * Pr\{n_i^{Arr} = j\} \right) / \lambda_i \quad (3.29)$$

Mianownik określa średnią liczbą pakietów napływających w i -tej szczelinie (ozn. λ_i), licznik - średnią liczbę pakietów straconych. Gdy napłynie $j \geq l + 1$ pakietów, straconych zostanie $(j - l)$ pakietów. Warto zauważyć, że metoda wyznaczania tych prawdopodobieństw jest właściwa dla dowolnego systemu, gdyż te prawdopodobieństwa zależą wyłącznie od rozkładu liczby napływających pakietów i liczby wolnych miejsc w buforze.

- Prawdopodobieństwo straty pakietu, pod warunkiem, że pakiet napłynął w i -tej szczelinie:

$$P_{loss}(i) = \sum_{l=0}^B Pr\{Q_{i-1} = B - l\} * P_{loss}(l, i). \quad (3.30)$$

Prawdopodobieństwo to jest prawdopodobieństwem całkowitym, sumującym przypadki dla poszczególnych możliwych stanów systemu w momencie rozpoczęcia

szczeliny. Stan ten odpowiada stanowi kolejki w poprzedniej szczeliny (Q_{i-1}), gdyż w momencie napływu żaden pakiet nie znajduje się w stanowisku obsługi. Stan kolejki równy $(B - l)$ oznacza, że w kolejce jest l wolnych miejsc.

- Prawdopodobieństwo straty losowo wybranego pakietu:

$$Ploss = \sum_{i=1}^N P\{i_{Arr} = i\} \cdot Ploss(i) = \frac{\sum_{i=1}^N \lambda_i Ploss(i)}{\sum_{k=1}^N \lambda_k}, \quad (3.31)$$

gdzie:

$$P\{i_{Arr} = i\} = \frac{\lambda_i}{\sum_{k=1}^N \lambda_k}, \quad (3.32)$$

to prawdopodobieństwo, że losowo wybrany pakiet napłynął w i -tej ($i = 1, \dots, N$) szczeliny i równa się ilorazowi wartości średnich: a) liczby pakietów napływających w i -tej szczeliny (λ_i), oraz b) pakietów napływających w całym cyklu ($\sum_{k=1}^N \lambda_k$). Prawdopodobieństwo $Ploss$ jest prawdopodobieństwem całkowitym, sumującym przypadki dla napływów w różnych szczelinach.

W przypadku, gdy napływ pakietów nie zależy od numeru szczeliny, tj. zmienne losowe opisujące liczbę napływających pakietów są identyczne dla wszystkich szczelin, zachodzi $\lambda_1 = \lambda_2 = \dots = \lambda_N = \lambda$, oraz tym samym:

- $Ploss(l, 1) = Ploss(l, 2) = \dots = Ploss(l, N) =$

$$= \left(\sum_{j=l+1}^{\infty} (j - l) * Pr\{n^{Arr} = j\} \right) / \lambda,$$
- $P\{i_{Arr} = i\} = 1/N.$

Wówczas, wzór na prawdopodobieństwo straty można uprościć z (3.31) do postaci:

$$Ploss = \sum_{l=0}^B Pr\{Q_{rand} = B - l\} * \left(\sum_{j=l+1}^{\infty} (j - l) * Pr\{n^{Arr} = j\} \right) / \lambda, \quad (3.33)$$

gdzie $Pr\{Q_{rand} = k\}$, to prawdopodobieństwo, że w losowo wybranej szczeliny w buforze znajduje się k pakietów:

$$Pr\{Q_{rand} = k\} = \sum_{i=1}^N \frac{Pr\{Q_i = k\}}{N}. \quad (3.34)$$

3.2.3.1 Przykładowe wyniki

W tym rozdziale przedstawione zostaną przykłady obliczonych prawdopodobieństw strat pakietów. Wszystkie wyniki zostały zweryfikowane wynikami symulacyjnymi. W ramach przedstawionych przykładów założono, że rozkład napływających pakietów nie zależy od numeru szczeliny, tj. wykorzystano zależność (3.33).

Przykład 1.:

System $T_A = 5, T_N = 10$, bufor o skończonej pojemności $B \in \{5; 8; 15; 30; 50\}$. Liczba pakietów napływających w momencie rozpoczęcia szczeliny zgodna z rozkładem Poissona dla parametru $\lambda \in \{0,1; 0,15; 0,2; 0,25; 0,30; 0,33; 0,35; 0,4; 1,0\}$.

W Tab. 3.1 przedstawiono prawdopodobieństwa straty pakietu dla wszystkich możliwych kombinacji założonych pojemności buforów B oraz parametrów λ . W przypadku, gdy obliczone prawdopodobieństwo straty było niższe niż $1 \cdot 10^{-8}$, w tabeli wpisano „<1,0E-8”. Otrzymane wyniki są zgodne z ogólnymi zasadami: większa intensywność napływu pakietów – większe straty; większa pojemność bufora – mniejsze straty. Wyniki dla $\lambda = 0,33$ to wyniki dla warunków bliskich przeciążeniu - w czasie trwania jednego cyklu napływa średnio 4,95 przy możliwości obsługi 5 pakietów w cyklu. Przypadki dla $\lambda \in \{0,35; 0,4; 1,0\}$ odpowiadają sytuacjom, gdy system jest przeciążony. W tych przypadkach, w czasie trwania jednego cyklu napływa średnio 5,25 / 6 / 15 pakietów. Tym samym, każdy bufor o dowolnie dużej, skończonej pojemności nie jest w stanie zapewnić poziomu strat niższego niż $0,25/5,25 = 0,048$; $1/6 = 0,167$ i $10/5 = 0,667$. Takie też wartości prawdopodobieństwa straty zostały otrzymane dla bufora o pojemności 50 pakietów.

Tab. 3.1 Prawdopodobieństwo straty pakietu. Napływ zgodny z rozkładem Poissona.

λ	Pojemność bufora B				
	5	8	15	30	50
0,1	8,3E-4	2,5E-6	<1,0E-8	<1,0E-8	<1,0E-8
0,15	4,9E-3	7,3E-5	<1,0E-8	<1,0E-8	<1,0E-8
0,2	0,017	9,9E-4	1,3E-6	<1,0E-8	<1,0E-8
0,25	0,044	7,6E-3	1,6E-4	4,1E-8	<1,0E-8
0,3	0,088	0,035	6,6E-3	2,8E-4	4,4E-6
0,33	0,122	0,068	0,031	0,013	6,0E-3
0,35	0,148	0,096	0,064	0,051	0,048
0,4	0,215	0,180	0,168	0,167	0,167
1,0	0,667	0,667	0,667	0,667	0,667

Ciekawą zależnością jest to, że im większa jest intensywność napływu, tym najniższy możliwy poziom strat (dla tej wartości λ) jest osiągnięty dla coraz mniejszych pojemności buforów (w tabeli są to wyniki pogrubione).

Zjawisko to można łatwo wyjaśnić przeprowadzając eksperyment myślowy: jeśli intensywność napływu zostanie zwiększona do takiego poziomu, by **każda** szczelina okresu aktywności została wykorzystana na obsługę pakietu, co w przypadku systemu $T_A = 5, T_N = 10$ i $B \geq 5$ można z dobrym przybliżeniem osiągnąć dla $\lambda = 1$, wówczas w każdym cyklu **zawsze** obsługiwane jest 5 pakietów i **średnio** 10 pakietów jest traconych ($P_{loss} = 0,667$). W przypadku mniejszych intensywności napływu, ale nadal ponad możliwością obsługi (np. $\lambda = 0,4$, średnio 6 pakietów w cyklu) w momencie rozpoczęcia okresu aktywności bufor nadal będą najczęściej zapełnione (lub bliskie zapełnieniu) pakietami, które kumulowały się przez poprzednie cykle - przy czym mogą być zapełnione np. 5-oma, lub np. 50-oma pakietami. Jeśli jednak wystąpi dłuższy okres, w którym pakiety będą napływały rzadziej, wówczas krótki bufor może w pełni się opróżnić i w systemie nie będzie pakietu, którego można by pobrać do obsługi – by doprowadzić do takiej sytuacji w przypadku długiego bufora musiałby wystąpić odpowiednio dłuższy okres o zmniejszonej intensywności napływu (co wydarzy się z odpowiednio mniejszym prawdopodobieństwem). Innymi słowy, jeśli system jest

przeciążony, im więcej szczelin okresu aktywności nie zostanie wykorzystanych na obsługę pakietu, tym poziom strat będzie wyższy od teoretycznej wartości minimalnej.¹⁷

Przykład 2.:

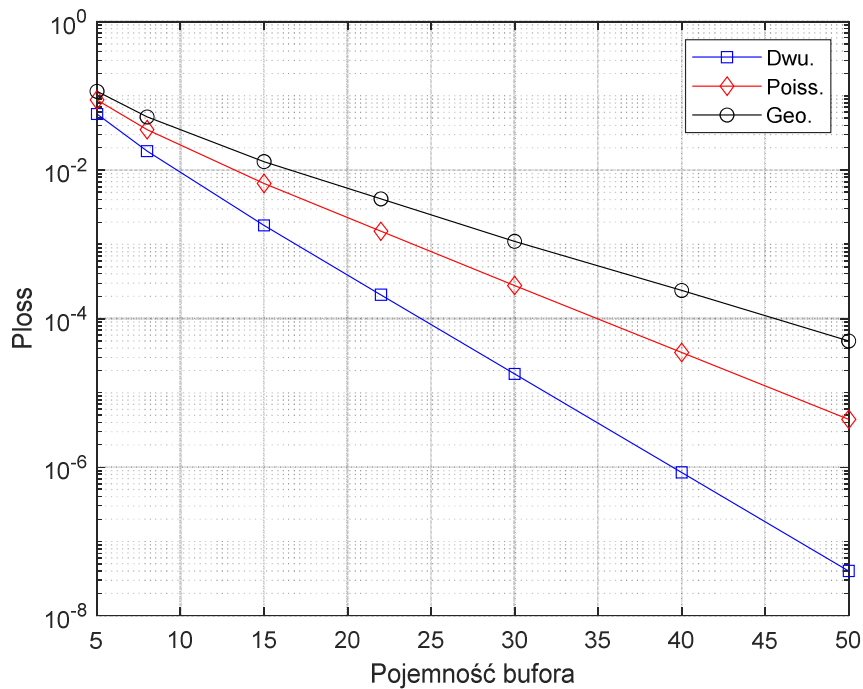
System $T_A = 5, T_N = 10$, bufor o skończonej pojemności $B \in \{5; 8; 15; 22; 30; 40; 50\}$, Liczba pakietów napływających w momencie rozpoczęcia szczeliny zgodna z rozkładem dwupunktowym, rozkładem Poissona, lub rozkładem geometrycznym o parametrach zapewniających napływ średnio 0,3 pakietu na szczelinę. Wyniki przedstawiono w Tab. 3.2 oraz graficznie na Rys. 3.23.

Ponownie można zaobserwować prawidłowość, że im większa wariancja rozkładu napływu pakietów, tym wyższe straty – najwyższe dla rozkładu geometrycznego, następnie dla rozkładu Poissona, najmniejsze dla rozkładu dwupunktowego. Prawdopodobieństwo strat na wykresie w skali logarytmicznej maleje w przybliżeniu liniowo, więc w rzeczywistości maleje w przybliżeniu wykładniczo (w funkcji pojemności bufora).

Tab. 3.2 Prawdopodobieństwo straty pakietu. Różne rozkłady liczby napływających pakietów.

Rozkład	Pojemność bufora B						
	5	8	15	22	30	40	50
Dwu.	0,057	0,018	1,8E-3	2,1E-4	1,8E-5	8,5E-7	4,0E-8
Poiss.	0,088	0,035	6,6E-3	1,5E-3	2,8E-4	3,5E-5	4,4E-6
Geo.	0,115	0,052	0,013	4,1E-3	1,1E-3	2,4E-4	5,0E-5

¹⁷ Np. dla bufora o pojemność $B = 1$, dla ruchu o intensywności $\lambda = 1$, poziom strat wynosi 0,765.



Rys. 3.23 Prawdopodobieństwo straty pakietu. Różne rozkłady napływu pakietów.

3.3 Analiza systemu – system z czasem ciągłym

Z punktu widzenia jednego strumienia pakietów, system zarządzany Mechanizmem CB jest systemem z wakacjami, w którym naprzemiennie występują okresy dostępności (długości T_A) i okresy niedostępności (długości T_N) urządzenia obsługującego. W tym rozdziale rozważany będzie system z czasem ciągłym, tzn. zdarzenia napływu i rozpoczęcia obsługi pakietu mogą zachodzić w dowolnym momencie, a nie tylko w momencie rozpoczęcia danej szczeliny czasowej.

3.3.1 Przybliżona zależność na średni czas oczekiwania

Celem analizy przedstawionej w tym rozdziale jest wyznaczenie prostej zależności opisującej wpływ długości tych okresów na średni czas oczekiwania pakietu na obsługę. Pożądanym wynikiem jest zależność będąca funkcją średniego czasu oczekiwania w systemie pełnodostępnym oraz parametrów cyklu, tj. wartości T_A i T_N . W analizie obowiązują następujące założenia:

- czas obsługi pakietu jest stały,
- czas trwania okresu obsługi danego strumienia pakietów jest krotnością czasu obsługi jednego pakietu,
- pakiet może zostać pobrany do obsługi w dowolnym momencie okresu aktywności,

- obsługa pakietu musi zakończyć się przed rozpoczęciem okresu obsługi kolejnego strumienia pakietów, jeśli nie jest to możliwe, pakiet nie jest pobierany do obsługi.

Analiza ta została pierwotnie opisana w [90].

3.3.1.1 Porównanie systemu pełnodostępnego i systemu z wakacjami

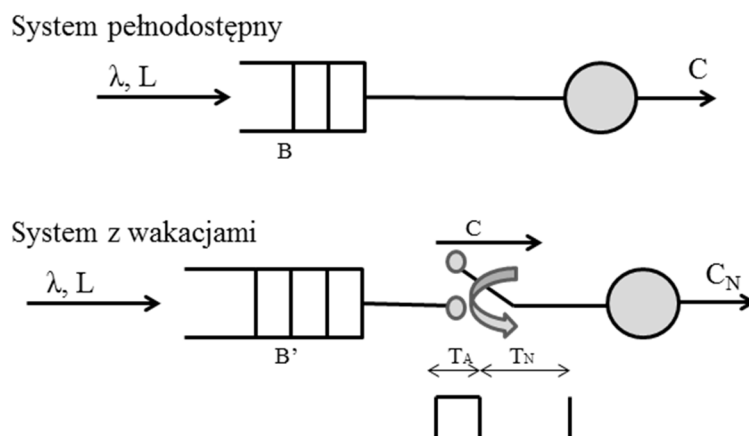
System pełnodostępny, w którym napływ jest zgodny z procesem Poissona, pakiety mają stałą długość i napływają do jednej kolejki o nieskończonej pojemności, to system $M/D/1$. System $M/D/1$ jest szczególnym przypadkiem systemu $M/G/1$, więc w celu wyznaczenia średniego czasu oczekiwania na obsługę można skorzystać z zależności Pollaczka-Chinczyna [91], [92],

$$E[W] = \frac{\lambda E[h^2]}{2(1-\rho)} = \frac{\lambda(\text{Var}[h] + E[h]^2)}{2(1-\rho)}. \quad (3.35)$$

Ponieważ w tym systemie czas obsługi pakietów jest stały, to: $h = \text{const}, E[h] = h, \text{Var}[h] = 0$, stąd:

$$E[W] = \frac{\lambda(\text{Var}[h] + E[h]^2)}{2(1-\rho)} = \frac{\lambda h^2}{2(1-\rho)} = \frac{\rho h}{2(1-\rho)}, \quad (3.36)$$

gdzie λ to intensywność napływu pakietów, a ρ to obciążenie (zajętość) systemu ($\rho = \lambda h$).



Rys. 3.24 Porównanie systemu pełnodostępnego i systemu z wakacjami; λ - intensywność napływu (strumień Poissona); L - długość pakietu, T_A/T_N - długość okresu dostępności/niedostępności obsługi; C, C_N - przepływność łączy wyjściowych; B, B' - pojemności kolejek.

Na Rys. 3.24 przedstawiono dwa systemy obsługi – system pełnodostępny oraz odpowiadający mu system z wakacjami. Systemy uznawane są za odpowiadające sobie, jeśli parametry strumienia napływających pakietów (tj. intensywność napływu pakietów (λ), długość pakietów (L)) oraz średnia przepływność bitowa przeznaczona dla rozważanego strumienia (C) są takie same.

W systemie z wakacjami średnia przepływność bitowa dostępna dla rozważanego strumienia (C) wynika ze stosunku długości okresu aktywności względem długości cyklu oraz przepływności łącza fizycznego (C_N : $C_N \geq C$) i wynosi:

$$C = \frac{C_N \cdot T_A}{T_A + T_N}. \quad (3.37)$$

Warto zauważyć, że dla takich założeń, średnie obciążenie systemu pełnodostępnego jest takie samo jak średnie obciążenie systemu z wakacjami rozważane w okresach aktywności (w okresie nieaktywności, z definicji, pakiety nie są obsługiwane). Ponieważ różna jest przepływność fizycznego łącza wyjściowego, inny jest także czas obsługi pakietu – dla systemu z wakacjami wynosi

$$h_W = L/C_N, \quad (3.38)$$

natomiast dla systemu pełnodostępnego – z (3.37) i (3.38) - jest on dłuższy i wynosi:

$$h_P = L/C = h_W \cdot \frac{T_A + T_N}{T_A}. \quad (3.39)$$

W celu zobrazowania intuicji będących podstawą wyprowadzenia przybliżonej zależności na średni czas oczekiwania na obsługę, na Rys. 3.25 przedstawiono systemy pełnodostępny oraz odpowiadający mu system z wakacjami, gdzie okres dostępności obsługi (okres aktywności) jest równy czasowi obsługi pojedynczego pakietu ($T_A = h_W$), natomiast okres wakacji - T_N – ma dowolną długość. Na osi czasu t zaznaczony został moment t_0 , w którym to momencie do pustego systemu napływa jednocześnie pewna liczba pakietów. Czas, w którym n -ty pakiet przebywa w stanowisku obsługi, oznaczony został prostokątem z numerem n . Na Rys. 3.25 A) przedstawiono sytuację dla systemu pełnodostępnego, natomiast na Rys. 3.25 B), C), D) dla systemu z wakacjami gdzie w chwili t_0 : B) rozpoczyna się okres dostępności obsługi, C) trwa okres dostępności obsługi i pozostały czas tego okresu jest niewystarczający do obsługi pakietu, D) trwa okres wakacji. Dodatkowo, na każdym z rysunków oznaczono czasy oczekiwania poszczególnych pakietów.

Łatwo zauważyć, że w przypadku A) i B) czasy oczekiwania wszystkich pakietów są takie same. Zarówno w A) jak i w B) pierwszy pakiet od razu trafia do obsługi (czas oczekiwania wynosi 0), a kolejny pakiet jest obsługiwany, dla przypadku A), po zakończeniu obsługi poprzedniego pakietu lub, dla przypadku B, po zakończeniu obsługi poprzedniego pakietu i odczekaniu okresu wakacji. Wartości czasów oczekiwania kolejnych pakietów (ozn. D_{nP} oraz

D_{nW} , dla $n = 2, 3, 4$) są takie same, ponieważ, zgodnie z zależnością (3.39), czas obsługi pakietu w systemie pełnodostępnym dla przypadku $T_A = h_W$ wynosi

$$h_P = h_W \cdot \frac{h_W + T_N}{h_W} = h_W + T_N, \quad (3.40)$$

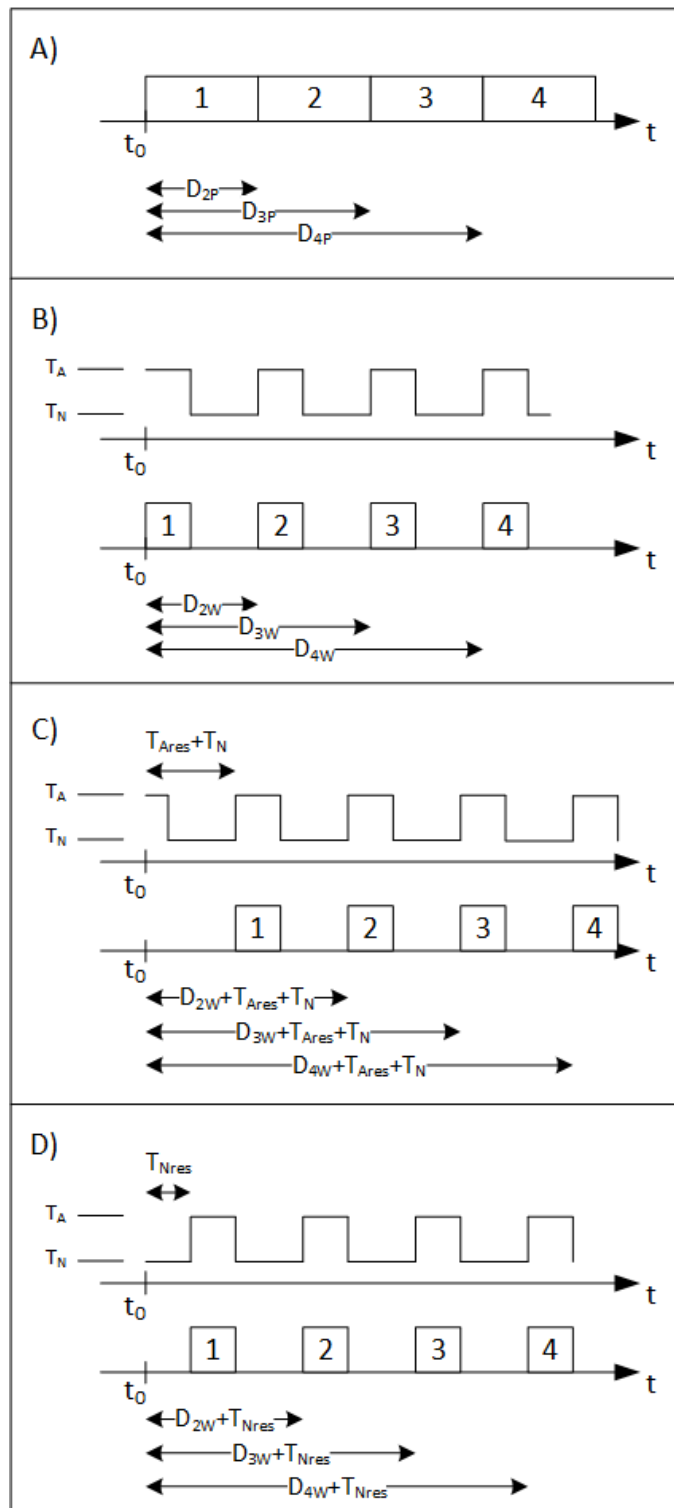
stąd

$$D_{nP} = D_{nW} = (n - 1)h_P = (n - 1)(h_W + T_N). \quad (3.41)$$

W przypadkach C) i D) pierwszy pakiet nie może zostać pobrany do obsługi w chwili t_0 – pozostały czas okresu aktywności jest krótszy niż czas obsługi pakietu, lub trwa okres wakacji. W obu przypadkach pierwszy pakiet musi czekać do momentu rozpoczęcia kolejnego okresu dostępności obsługi, tj. dla przypadku C), do zakończenia aktualnego okresu aktywności oraz następującego po nim okresu wakacji ($T_{Ares} + T_N$), lub, dla przypadku D), do zakończenia aktualnego okresu wakacji (T_{Nres}). Kolejne pakiety są obsługiwane w odstępach $h_P = h_W + T_N$.

Należy wspomnieć, że jeśli pakiet napływa do systemu, w którym już znajduje się n pakietów, to jego czas oczekiwania na obsługę jest nie większy niż w sytuacji, gdyby pakiet ten był ostatnim z $n + 1$ pakietów napływających w paczce do pustego systemu. Różnica wynika z tego, że w pierwszym przypadku, aktualnie obsługiwany pakiet jest już w pewnej części obsłużony, natomiast w przypadku napływu w paczce dopiero pobierany do obsługi.

Podsumowując, dla systemu z wakacjami o okresach aktywności długości $T_A = h_W$, oraz okresach wakacji $T_N = k \cdot h_W$ (dla $k = 1, 2, \dots$), w przypadku napływu paczki pakietów do pustego systemu, czas oczekiwania na obsługę dowolnego pakietu z tej paczki jest równy czasowi oczekiwania jak w odpowiadającym mu systemie pełnodostępnym, z dokładnością do czasu oczekiwania na możliwość rozpoczęcia obsługi tej paczki.



Rys. 3.25 Porównanie czasów oczekiwania na obsługę pakietów, które napłynęły do pustego systemu w chwili t_0 . Rysunek A) dot. systemu pełnodostępnego, natomiast rysunki B), C), D) dot. systemu z wakacjami, gdzie w chwili t_0 : B) rozpoczyna się okres dostępności obsługi, C) trwa okres dostępności obsługi i pozostały czas tego okresu jest niewystarczający do obsługi pakietu, D) trwa okres wakacji.

3.3.1.2 Wyprowadzenie

Przedstawiona w poprzednim rozdziale własność została intuicyjnie rozszerzona na dowolny przypadek systemu z wakacjami (ograniczonego założeniami zdefiniowanymi w rozdziale 3.3) o dowolnych długościach okresów T_A i T_N i zdefiniowana następująco:

- 1) Jeśli pakiet napływa do systemu w okresie aktywności obsługi i pozostały czas tego okresu jest nie krótszy niż czas jego obsługi, to pakiet czeka na obsługę tyle, ile czekałby w systemie pełnodostępnym.
- 2) Jeśli pakiet napływa do systemu w okresie aktywności obsługi i pozostały czas tego okresu jest krótszy niż czas obsługi tego pakietu, to pakiet czeka do zakończenia tego okresu aktywności oraz jeden okres wakacji (tj. $T_{Ares} + T_N$), a następnie tyle, ile czekałby w systemie pełnodostępnym.
- 3) Jeśli pakiet napływa do systemu w okresie wakacji, to czeka do zakończenia okresu wakacji (tj. T_{Nres}), a następnie tyle, ile czekałby w systemie pełnodostępnym.

Prawdopodobieństwa, że losowo wybrany pakiet napłynął do systemu w okresach zdefiniowanych w punktach 1), 2), 3) są proporcjonalne do długości tych okresów i wynoszą odpowiednio 1) $P'_A = \frac{T_A - h_W}{T_A + T_N}$, 2) $P_{h_W} = \frac{h_W}{T_A + T_N}$, 3) $P_N = \frac{T_N}{T_A + T_N}$.

Niech $E[W_P]$ oznacza średni czas oczekiwania w systemie pełnodostępnym, natomiast $E[W_W]$ średni czas oczekiwania w odpowiadającym mu systemie z wakacjami. Dodatkowo z (3.36) $E[W_P] = \frac{\rho h_P}{2(1-\rho)}$, a także $E[T_{Ares} + T_N] = \frac{h_W}{2} + T_N$ oraz $E[T_{Nres}] = \frac{T_N}{2}$. Ze zdefiniowanych wyżej zależności można sformułować następujące równanie:

$$E[W_W] = P'_A \cdot E[W_P] + P_{h_W} \cdot \left(\frac{h_W}{2} + T_N + E[W_P] \right) + P_N \cdot \left(\frac{T_N}{2} + E[W_P] \right), \quad (3.42)$$

które upraszcza się do postaci:

$$E[W_W] = E[W_P] + \frac{(T_N + h_W)^2}{2(T_A + T_N)}. \quad (3.43)$$

Otrzymana zależność składa się z dwóch czynników – czasu oczekiwania jak w systemie pełnodostępnym, zależnego od obciążenia systemu, oraz stałej wartości wynikającej z parametrów cyklu. W [93] udowodniono, że zmienna losowa opisująca liczbę zadań w pewnych klasach systemów M/G/1 z wakacjami, w wybranej losowo chwili czasowej może zostać przedstawiona jako suma dwóch (lub więcej) zmiennych losowych, z których jedna jest

zmienną losową opisującą liczbę zadań w pełnodostępnym systemie M/G/1 – podobną własność prezentuje wzór (3.43). Należy zwrócić uwagę, że otrzymana zależność spełnia warunki graniczne, tj. dla $T_N = 0$, otrzymuje się $E[W_W] = E[W_P]$, a w przypadku T_N dążącego do nieskończoności, również $E[W_W]$ dąży do nieskończoności.

Dla systemów o tym samym stosunku czasów T_A do T_N (czyli takich, dla których wartość h_p jest taka sama), wartości $E[W_P]$ dla danego obciążenia systemu również są takie same. Przykładowo, niech czas obsługi jednego pakietu $h_W = 1$, a stosunek T_A do T_N wynosi 1:2 (więc z (3.39) $h_p = 3$), wówczas z (3.36):

ρ	0,2	0,4	0,6	0,8	0,9	0,94	0,96
$E[W_P]$	0,38	1,00	2,25	6,00	13,50	23,50	36,00

W zależności od konkretnych długości T_A i T_N zmienia się składnik zależny od parametrów cyklu:

T_A / T_N	$\frac{(T_N + h_W)^2}{2(T_A + T_N)}$
2 / 4	2,08
10 / 20	7,35
50 / 100	34,00
100 / 200	67,33

3.3.1.3 Przykładowe wyniki

Ponieważ zależność (3.43) nie została wyprowadzona analitycznie, a bazuje jedynie na intuicyjnych przesłankach, więc należy spodziewać się, że otrzymywane dzięki niej wartości będą odbiegać od wartości rzeczywistych. W celu sprawdzenia z jaką dokładnością odpowiada ona rzeczywistym wartościom, wykonano badania symulacyjne, których wyniki przedstawiono w Tab. 3.3 oraz Tab. 3.4.

Tab. 3.3 Porównanie średnich czasów oczekiwania (krótki cykl).

ρ	$T_A / T_N = 2 / 4$			$T_A / T_N = 10 / 20$		
	wzór	symulacja	różnica	wzór	symulacja	różnica
0,2	2,5	2,4	3%	7,7	7,9	-2%
0,4	3,1	3,0	4%	8,4	8,6	-3%
0,6	4,3	4,2	3%	9,6	9,8	-2%
0,8	8,1	7,9	3%	13,4	13,3	0%
0,9	15,6	15,4	1%	20,9	20,6	1%
0,94	25,6	25,2	2%	30,9	30,6	1%
0,96	38,1	37,3	2%	43,4	43,5	0%

Tab. 3.4 Porównanie średnich czasów oczekiwania (długi cykl).

ρ	$T_A / T_N = 50 / 100$			$T_A / T_N = 100 / 200$		
	wzór	symulacja	różnica	wzór	symulacja	różnica
0,2	34,4	36,5	-6%	67,7	72,2	-6%
0,4	35,0	39,4	-11%	68,3	77,8	-12%
0,6	36,3	42,7	-15%	69,6	84,4	-18%
0,8	40,0	47,5	-16%	73,3	92,3	-21%
0,9	47,5	54,6	-13%	80,8	100,1	-19%
0,94	57,5	63,9	-10%	90,8	110,0	-17%
0,96	70,0	76,1	-8%	103,3	122,2	-15%

W przypadku kiedy cykl jest relatywnie krótki (Tab. 3.3) dokładność wzoru jest na wysokim poziomie, różnice są rzędu kilku procent, natomiast w przypadku cyklu o większej długości (Tab. 3.4) sięgają już one procent kilkunastu. Wydłużanie czasu T_A skutkuje coraz większym odbieganiem działania takiego systemu od systemu, gdzie $T_A = 1$, a okres T_N można było *de facto* traktować jako wydłużenie czasu obsługi pojedynczego pakietu. W szczególności, dla długich cykli, nie można całego okresu aktywności traktować jednakowo, gdyż w początkowych chwilach tego okresu w kolejce znajdują się pakiety, które kumulowały się przez okres nieaktywności, tzn. pakiet, który napłyne do systemu w początkowych chwilach okresu aktywności, zostanie zdecydowanie dłuższą kolejkę, niż pakiet, który napłyne pod koniec tego okresu. Efekt ten został dokładniej opisany w [94], [95].

Poziom dokładności wyników jest na akceptowalnym poziomie i pozwala na szybkie oszacowanie wpływu parametrów cyklu na średni czas oczekiwania pakietów.

Podsumowanie rozdziału

W rozdziale 3.1 przedstawiono zasadę działania systemu wykorzystującego mechanizm szeregowania pakietów bazujący na cyklu (Mechanizm CB).

W rozdziale 3.1 przedstawiono analizę stanu sztuki dotyczącą klasyfikacji systemów z wakacjami oraz literaturę traktującą o systemach obsługi podobnych do tego analizowanego w tej pracy.

W rozdziale 3.2, który stanowi główną część pracy, analizowano system z czasem dyskretnym. Przedstawiono proponowany sposób analizy systemu bazujący na obserwacji, że w stanie ustalonym parametry systemu nie powinny zależeć od numeru cyklu, tzn. powinna występować powtarzalność rozkładów prawdopodobieństwa liczby pakietów przebywających w systemie w danej chwili dowolnego cyklu. Przyjęto założenia, zgodnie z którymi zdarzenia zakończenia obsługi pakietu, napływu pakietów do kolejki oraz pobrania pakietu do obsługi mogą zachodzić wyłącznie w dyskretnych chwilach czasu. Tzn. cykl został podzielony na N szczelin czasowych (tj. K szczelin okresu aktywności obsługi i V szczelin okresu wakacji, $N = K + V$), a powyższe zdarzenia zachodzą w momencie rozpoczęcia danej szczeliny, w kolejności w jakiej zostały wymienione (zakończenie obsługi, napływ pakietów, pobranie pakietu do obsługi)¹⁸. Stan systemu obserwowany jest po momencie napływu pakietów (wszystkie pakiety są w kolejce).

W rozdziale 3.2.1 przedstawiono metodę wyznaczania rozkładu stanu systemu w poszczególnych szczelinach. Początkowo zdefiniowano prawdopodobieństwa przejść między możliwymi stanami systemu dla każdych dwóch sąsiednich szczelin (np. „w szczelinie $i + 1$ w systemie jest 1 pakiet, jeśli w szczelinie i -tej w systemie był maksymalnie 1 pakiet i napłynął 1 pakiet, albo w systemie były 2 pakiety i nie napłynął żaden pakiet”). Zależności te zostały zapisane przy użyciu macierzy przejść. Uzależniając każdą kolejną szczelinę od poprzedniej, ostatecznie otrzymano macierz zastępczą wiążącą stan w $N + 1$ -szej szczelinie ze stanem w szczelinie 1-szej. Ponieważ rozkład stanów w tych chwilach jest identyczny, otrzymano układ równań umożliwiający wyznaczenie tego rozkładu. Mając rozkład dla 1-szej szczeliny można wyznaczyć rozkład dla każdej kolejnej. Rozdział podsumowują przykładowe wyniki, które zostały potwierdzone symulacjami.

¹⁸ Konsekwencją tych założeń jest to, że pakiety są stałej długości i napływają w paczkach, przy czym rozkład liczby pakietów w paczce jest taki sam dla danej i -tej szczeliny każdego cyklu, ale nie musi być taki sam dla wszystkich szczelin w danym cyklu.

W rozdziale 3.2.2 przedstawiono metodę umożliwiającą wykorzystanie rozkładu stanu systemu do określenia rozkładu czasu przebywania pakietu w systemie. Jako krok pośredni wyznaczono prawdopodobieństwo zdarzenia, że pakiet, który opuścił system w i -tej szczeliny, przebywał w nim n szczelin czasowych. Zdarzenie to zajdzie, jeśli pakiet napłynie do systemu n szczelin przed szczeliną i -tą na odpowiednie miejsce w systemie – takie, które spowoduje, że zostanie on obsłużony po n szczelinach. Miejsce to odpowiada liczbie szczelin aktywności pomiędzy momentem napływu a zakończeniem obsługi. Wyprowadzono zależności na wartości dwóch parametrów $d_n(i)$ oraz $d_{n_A}(i)$, które opisują powyższe, tj. odpowiednio, numer szczeliny, w której napływa pakiet, i miejsce w systemie, jakie musi zająć. Znając wymagany numer szczeliny, można określić rozkład stanu systemu w chwili napływu. Natomiast miejsce, które musi zająć pakiet, określa wymaganą minimalną liczbę pakietów, które muszą napłynąć przy danym stanie systemu.

Prawdopodobieństwo, że pakiet przebywał w systemie n szczelin czasowych, to prawdopodobieństwo całkowite z wyznaczonych wcześniej prawdopodobieństw, gdzie warunkiem jest opuszczenie przez pakiet systemu w i -tej szczeliny. Prawdopodobieństwo, że losowo wybrany pakiet opuszcza system w danej szczeliny wynika wprost z rozkładu stanów systemu w szczelinach aktywnych.

Warunek brzegowy otrzymanej zależności został sprawdzony poprzez zastosowanie jej do systemu z wakacjami, gdzie cykl składa się z jednej szczeliny czasu aktywności. Wówczas zależności uprościły się do wzorów właściwych dla systemu pełnodostępnego. Rozdział podsumowują przykładowe wyniki, które zostały potwierdzone symulacjami.

W rozdziale 3.2.3 przedstawiono metodę umożliwiającą wykorzystanie rozkładu stanu systemu do określenia prawdopodobieństwa straty pakietu. W ramach metody zdefiniowano 3 kroki, tj. (i) określenie prawdopodobieństwa straty pakietu napływającego w i -tej szczeliny pod warunkiem, że w momencie jej rozpoczęcia w buforze jest określona liczba wolnych miejsc, (ii) określenie prawdopodobieństwa straty pakietu, pod warunkiem że pakiet napływa w i -tej szczeliny, (iii) prawdopodobieństwo straty losowo wybranego pakietu. Przedstawiono przykładowe wyniki, które zostały potwierdzone symulacjami.

W rozdziale 3.3 podjęto próbę analizy systemu z czasem ciągłym, tzn. takim, w którym zdarzenia w systemie mogą zachodzić w dowolnej chwili czasu. Przedstawiono metodę wyprowadzenia przybliżonej, łatwej do wyliczenia zależności na średni czas oczekiwania

pakietu na obsługę w takim systemie. Założeniem metody była intuicja zgodnie z którą, pakiet obsługiwany w systemie z wakacjami musiałby czekać na obsługę do rozpoczęcia okresu aktywności, a następnie tyle, ile czekałby w systemie pełnodostępnym o tej samej średniej przepływności bitowej łącza. Dokładność otrzymanej zależności została skonfrontowana z wynikami symulacyjnymi.

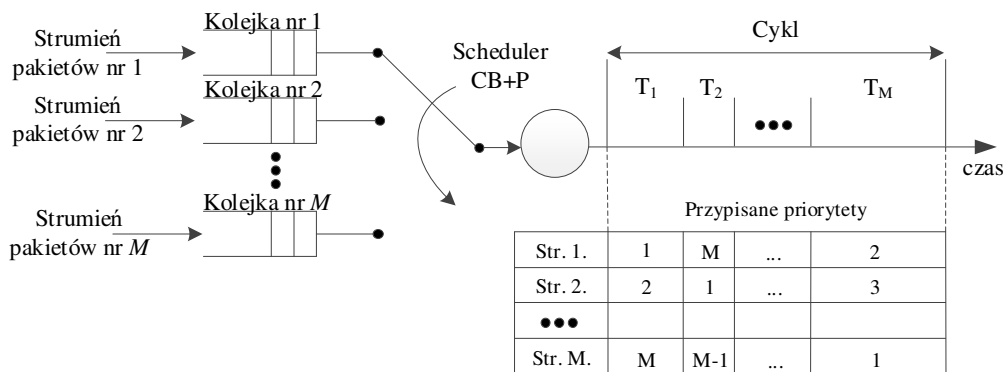
4 Mechanizm z priorytetami szeregowania pakietów oparty na cyklu

Mechanizmem szeregowania pakietów, który w sposób statyczny dzieli przepływność łącza między poszczególne strumienie jest mechanizm szeregowania oparty na cyklu, tj. Mechanizm CB. W systemie zarządzanym przez mechanizm CB pakiety należące do m -tego strumienia mają dostęp do łącza wyłącznie w *a priori* zdefiniowanych okresach czasu o stałej długości, T_m ($m = 1, \dots, M$), i nie mogą być obsługiwane w okresach przeznaczonych na obsługę innych strumieni (dokładny opis Mechanizmu CB przedstawiono w rozdziale 3).

Mechanizm CB zapewnia dostęp do łącza danemu strumieniowi pakietów tylko w ściśle określonych okresach czasu i w tym czasie nie mogą być obsługiwane pakiety należące do innych strumieni. Zatem mechanizm ten zapewnia pełną izolację obsługową pomiędzy strumieniami, co oznacza, że obsługa danego strumienia pakietów nie wpływa na poziom obsługi pakietów z innych strumieni. Z drugiej strony, mechanizm ten dopuszcza sytuacje, że oczekujące na transmisję pakiety nie mogą być przesłane, pomimo tego, że w danym momencie łącze transmisyjne jest dostępne. Systemy obsługi cechujące się taką własnością należą do klasy systemów nie zapewniających ciągłości obsługi (ang. *non-work conserving*). W efekcie, czasy przebywania pakietów w takich systemach istotnie się wydłużają, co oczywiście nie jest efektem pożądanym.

W [96], [97], [98] zaproponowano i przeanalizowano modyfikację Mechanizmu CB, polegającą na umożliwieniu przełączenia się na obsługę kolejnego strumienia pakietów, po zakończeniu obsługi wszystkich pakietów należących do aktualnie obsługiwanego strumienia. Ta własność skutkuje lepszym wykorzystaniem łącza fizycznego, ale jednocześnie zmienia długość cyklu, co w konsekwencji powoduje, że fazy przeznaczone na obsługę poszczególnych strumieni rozpoczynają się w niedeterministycznych momentach. Efektem tego jest znaczne zaburzenie izolacji parametrów ruchu.

W celu zwiększenia efektywności obsługi ruchu w systemach stosujących Mechanizm CB, zaproponowano modyfikację tego algorytmu, umożliwiającą transmisję pakietów z danego strumienia w okresach, które pierwotnie były dedykowane wyłącznie innym strumieniom. Mechanizm ten, w okresie dedykowanym dla danego strumienia, obsługuje w pierwszej kolejności pakiety z tego strumienia, ale w przypadku, kiedy w systemie nie ma tych pakietów, przesyła pakiety z innych strumieni. Zatem naczelną ideą modyfikacji Mechanizmu CB jest chęć uzyskania działania tego systemu jako systemu obsługi z obsługą ciągłą (ang. *work conserving*) z jednoczesnym zachowaniem własności zachowania izolacji obsługowej.

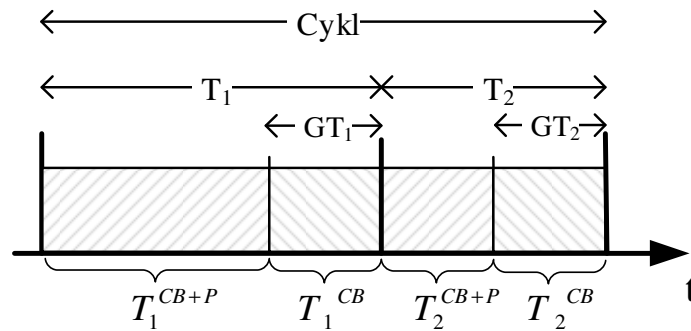


Rys. 4.1 Mechanizm z priorytetami szeregowania pakietów oparty na cyklu. Przypisanie priorytetów do faz jest przykładową realizacją.

Działanie zmodyfikowanego Mechanizmu CB ilustruje Rys. 4.1. Ten zmodyfikowany mechanizm CB będzie w dalszej części pracy nazywany jako „mechanizm z priorytetami szeregowania pakietów oparty na cyklu” (tzw. Mechanizm CB+P). W przykładzie z Rys. 4.1 przyjęto, że w okresie T_m najwyższy priorytet (priorytet 1) mają pakiety z m -tego strumienia, pakiety ze strumienia $(m + 1)$ mają niższy priorytet (priorytet 2), pakiety ze strumieni $(m + 2)$ mają jeszcze niższy priorytet (priorytet 3) itd.

Mechanizm CB+P nie jest w pełni systemem z obsługą ciągłą ze względu na fakt, że transmisje ostatniego pakietu przesyłanego w czasie trwania okresu T_m powinna się zakończyć w tym okresie, w którym się rozpoczęła. Zatem, jeśli nie jest to możliwe do zrealizowania, nie powinna rozpocząć się jego transmisja.

Dodatkowo w systemie może nastąpić zdarzenie, kiedy w okresie T_m w momencie przyjscia pakietu z m -tego strumienia przesyłany jest pakiet z innego strumienia. W konsekwencji, transmisja tego pakietu może być istotnie opóźniona w porównaniu do sytuacji, kiedy jest stosowany mechanizm CB. W szczególności, opóźnienie to może być duże w przypadku, gdy pakiet ten będzie musiał czekać na rozpoczęcie transmisji do kolejnego dedykowanego mu okresowi. Aby zapobiec możliwości tak dużemu zwiększeniu czasu oczekiwania, wprowadzono tzw. *Okresy Ochronne* (ang. *Guard Times, GT*), tak jak pokazano to na Rys. 4.2.



Rys. 4.2 Podział cyklu dla Mechanizmu CB+P+GT obsługującego dwa strumienie pakietów.

Na Rys. 4.2 przedstawiono w jaki sposób, w systemie obsługującym dwa strumienie pakietów, realizuje się podział poszczególnych okresów, czyli T_1 i T_2 , w cyklu. W tym wariantcie, w okresie T_m wyróżnić można dwa podokresy: w pierwszym podokresie (T_m^{CB+P}) obsługa przebiega zgodnie z obsługą jak dla Mechanizmu CB+P, zaś w drugim podokresie ($T_m^{CB} = GT_m$) obsługa odbywa się zgodnie z mechanizmem CB. Taki mechanizm obsługi został nazwany jako „mechanizm z priorytetami szeregowania pakietów oparty na cyklu z okresami ochronnymi” (Mechanizm CB+P+GT). Należy oczekiwać, że Mechanizm CB+P+GT może zapewnić lepszy poziom izolacji obsługi między strumieniami pakietów niż Mechanizm CB+P, jednak średni czas oczekiwania na obsługę w tym przypadku wydłuży się w porównaniu z sytuacją, kiedy stosuje się mechanizm CB+P, ponieważ w pewnych przypadkach mechanizm ten przez dłuższy czas może działać jak system bez pracy ciągłej.

4.1 Analiza systemu – system dyskretny

W rozdziale tym przedstawiona zostanie metoda analizy systemu działającego w oparciu o Mechanizm CB+P. Założenia na system są takie jak w rozdziale 3.2.1 - system szczelinowy, dyskretny, tj. długości faz dla poszczególnych strumieni są krotnością czasu obsługi pojedynczego pakietu o stałej długości¹⁹, pakiety napływają w paczkach w chwili rozpoczęcia szczeliny. Obserwacji podlega stan systemu w chwili rozpoczęcia danej szczeliny, w tych chwilach wszystkie pakiety znajdują się w buforach dla odpowiednich strumieni²⁰ dlatego określenie „stan systemu” będzie używany zamiennie ze sformułowaniem „stan kolejek”.

¹⁹ W tej analizie, pakiety należące do różnych strumieni muszą mieć tę samą długość, bo mogą być one obsługiwane w dowolnych szczelinach.

²⁰ W [99] działanie systemu zostało zdefiniowane trochę inaczej, jednak *de facto* jest to ten sam system, co prezentowany w tej pracy. W [99] założono, że pakiety napływają przez czas trwania i -tej szczeliny i obserwacji podlega stan kolejki tuż przed jej zakończeniem, tj. nie obserwowano pakietu znajdującego się w obsłudze. Natomiast w tej pracy – celem ujednoczenia opisu z rozdziałem 3.2.1– w momencie rozpoczęcia szczeliny $i + 1$ -szej, po zakończeniu obsługi pakietu znajdującego się w obsłudze w szczelinie i -tej, do systemu napływa paczka pakietów i obserwacji podlega stan systemu w tym momencie - wszystkie pakiety znajdują się w kolejkach,

4.1.1 Rozkład stanu systemu

Celem przedstawionej w tym rozdziale analizy jest wyznaczenie rozkładów liczby pakietów przebywających w kolejkach dla poszczególnych strumieni pakietów w chwilach tuż po rozpoczęciu kolejnych szczelin czasowych. Pierwotnie, metoda ta została przedstawiona w [99]. Podobnie jak w rozdziale 3.2.1 wyznaczona zostanie macierz przejść między stanami w pierwszej i $N + 1$ -szej szczelinie i korzystając z identyczności rozkładów w tych chwilach, możliwe będzie ich wyznaczenie.

W przypadku Mechanizmu CB+P ewolucja stanu poszczególnych kolejek jest zależna od stanu innych kolejek. Niech dane urządzenie obsługuje M różnych strumieni pakietów, a każdy z nich posiada dedykowany mu bufor. Niech liczba pakietów znajdujących się w m -tym buforze w chwili rozpoczęcia i -tej szczeliny ($i = 1, 2, \dots$), co odpowiada chwilom czasu $t = i$, będzie oznaczona jako $q_{m,i}$, a zajętość wszystkich kolejek, dla i -tej szczeliny, niech będzie przedstawiana w postaci stanu systemu:

$$(q_{1,i}, q_{2,i}, \dots, q_{M,i}). \quad (4.1)$$

Równanie rekurencyjne opisujące stan m -tej kolejki w chwili $t = i + 1$, w przypadku buforów o nieskończonej pojemności, jest następujące:

$$q_{m,i+1} = \begin{cases} \max\{q_{m,i} - 1, 0\} + n_{m,i+1}^{Arr}, & \text{jeśli pakiet został pobrany z } m\text{-tej kolejki}^{21} \\ q_{m,i} + n_{m,i+1}^{Arr}, & \text{jeśli pakiet nie został pobrany z } m\text{-tej kolejki} \end{cases} \quad (4.2)$$

Gdzie $n_{m,i+1}^{Arr}$, to liczba pakietów z m -tego strumienia, które napłynęły do systemu w $i + 1$ -szej szczelinie. Co do zasady, powyższą zależnością można opisać także system z mechanizmem CB, jak i multiplexer z jednym strumieniem pakietów – jest to zależność najbardziej ogólna, a rozróżniana warunkiem pobrania pakietu z kolejki w i -tej szczelinie:

- W przypadku multiplexera – pakiet jest pobierany z kolejki, jeśli kolejka nie jest pusta;
- W przypadku CB – pakiet jest pobierany z m -tej kolejki, jeśli m -ta kolejka nie jest pusta, a i -ta szczelina była przeznaczona dla obsługi m -tego strumienia;
- W przypadku CB+P - pakiet jest pobierany z m -tej kolejki, jeśli m -ta kolejka nie jest pusta, a kolejki o wyższych w i -tej szczelinie priorytetach są puste.

żaden nie jest obsługiwany. Tym samym stan systemu w momencie rozpoczęcia $i + 1$ -szej szczeliny odpowiada stanom kolejek w systemie jak w [99] tuż przed zakończeniem i -tej szczeliny (a pakiety napływające w paczce w chwili rozpoczęcia $i+1$ -szej szczeliny można traktować jak te, które w [99] napływały przez czas trwania i -tej szczeliny).

²¹ Po rozpoczęciu i -tej szczeliny.

Prawdopodobieństwo przejścia ze stanu $(q_{1,i}, q_{2,i}, \dots, q_{M,i})$ do stanu $(q_{1,i+1}, q_{2,i+1}, \dots, q_{M,i+1})$ wynosi:

$$\prod_{m=1}^M P_T(q_{m,i+1}, q_{m,i}, \alpha_{m,i}), \quad (4.3)$$

gdzie funkcja $P_T(q_{m,i+1}, q_{m,i}, \alpha_{m,i})$, w przypadku buforów o skończonej pojemności, jest zdefiniowana następująco:

$$P_T(q_{m,i+1}, q_{m,i}, \alpha_{m,i}) = \begin{cases} A_{(q_{m,i+1}-q_{m,i}+\alpha_{m,i})}^{m,i+1}, & \text{dla } q_{m,i+1} < B_m \\ 1 - \sum_{k=0}^{B_m-q_{m,i}+\alpha_{m,i}-1} A_k^{m,i+1}, & \text{dla } q_{m,i+1} = B_m \end{cases} \quad (4.4)$$

gdzie:

- B_m to pojemność bufora dla m -tego strumienia;
- $A_k^{m,i+1}$ oznacza prawdopodobieństwo, że w $i+1$ -szej szczelinie napłynie k pakietów z m -tego strumienia;
- $\alpha_{m,i}$ wynosi 1, jeśli w i -tej szczelinie do obsługi został pobrany pakiet z m -tej kolejki lub 0 w przeciwnym przypadku. Wartość $\alpha_{m,i}$ zależy od stanu zajętości poszczególnych kolejek oraz priorytetów obsługi strumieni w i -tej szczelinie. Dla danego i wynosi 1 co najwyżej dla jednej kolejki – tej, z której w i -tej szczelinie został pobrany pakiet do obsługi.

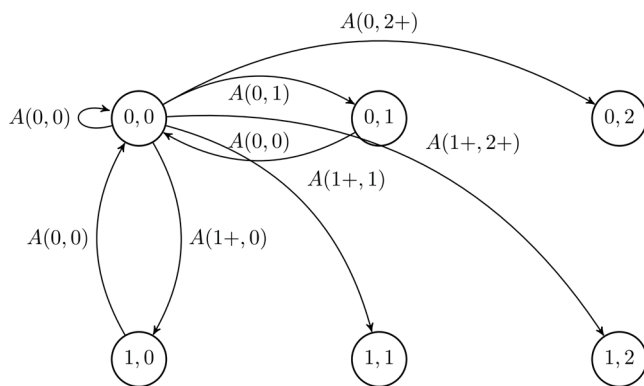
Funkcja $P_T(q_{m,i+1}, q_{m,i}, \alpha_{m,i})$ określa prawdopodobieństwo, że stan m -tej kolejki zmieni się ze stanu $q_{m,i}$ do $q_{m,i+1}$. W przypadku, gdy $q_{m,i+1} < B_m$, odpowiada ono prawdopodobieństwu, że do systemu, z m -tego strumienia, napłynie $(q_{m,i+1} - q_{m,i})$ lub $(q_{m,i+1} - q_{m,i} + 1)$ pakietów²². W przypadku, gdy $q_{m,i+1} = B_m$, prawdopodobieństwo to odpowiada prawdopodobieństwu, że do systemu napłynie co najmniej tyle pakietów, by zapełnić kolejkę – gdy napłynie ich więcej, zostaną one stracone, a stan kolejki nie wzrośnie ponad B_m .

Wzór na prawdopodobieństwo przejścia między stanami systemu przedstawiony w (4.3) wynika z niezależności napływu pakietów w ramach poszczególnych strumieni, więc wyraża się iloczynem prawdopodobieństw napływu określonej liczby pakietów dla pojedynczych strumieni.

Zależności między stanami systemu w dwóch sąsiednich szczelinach można przedstawić w postaci wielowymiarowych łańcuchów Markova [100], [101], [89], gdzie liczba wymiarów

²² Różnica w liczbie pakietów wynika z tego, czy w i -tej szczelinie został pobrany pakiet z m -tej kolejki.

odpowiada liczbie strumieni / kolejek. Przedstawienie M -wymiarowego łańcucha na dwuwymiarowej powierzchni stronnic tej pracy byłoby nieco kłopotliwe, więc na Rys. 4.3 i Rys. 4.4 przedstawiono przypadek dla systemu obsługującego dwa strumienie pakietów, gdzie pojemność bufora dla strumienia nr 1 wynosi $B_1 = 1$, a dla strumienia nr 2 wynosi $B_2 = 2$. Tym samym przestrzeń stanów w poszczególnych szczelinach składa się z elementów $(0,0)$, $(0,1)$, $(0,2)$, $(1,0)$, $(1,1)$, $(1,2)$. Zapis $A(k_1, k_2)$ oznacza prawdopodobieństwo, że

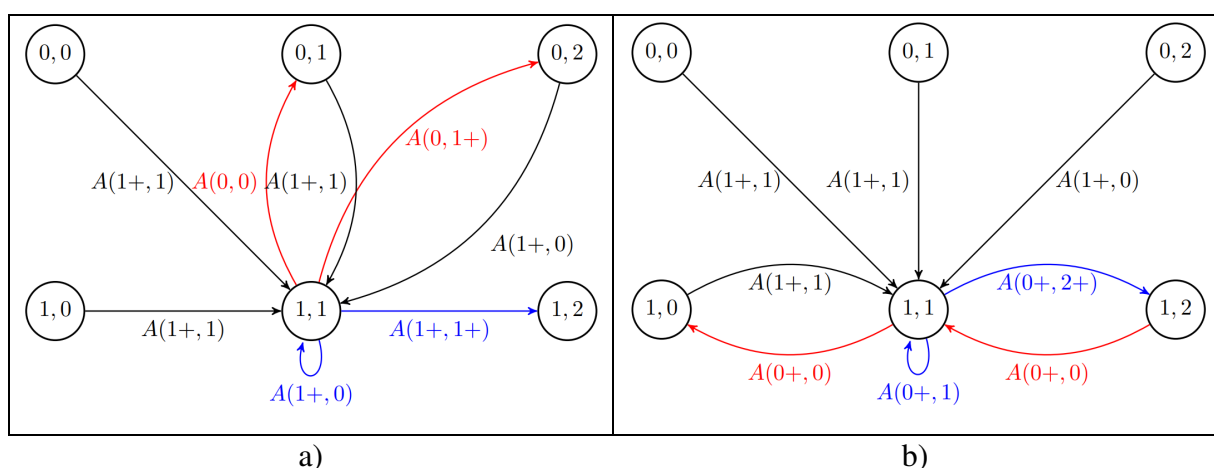


Rys. 4.3 Łańcuch Markowa - przejścia z i do stanu $(0,0)$.

w momencie rozpoczęcia drugiej z rozważanych szczelin ze strumienia nr 1 i nr 2 napłynęło odpowiednio k_1 i k_2 pakietów, znak „+” przy liczbie oznacza „lub więcej”.

Na Rys. 4.3 przedstawiono przejścia możliwe z i do stanu $(0,0)$. Ze stanu $(0,0)$ w pierwszej ze szczelin możliwe są przejścia do każdego ze stanów w drugiej szczelinie. Z kolei do stanu $(0,0)$ możliwe jest przejście wyłącznie ze stanu $(0,0)$, $(1,0)$ lub $(0,1)$, w przypadku gdy do systemu znajdującego się w jednym z tych stanów nie napłynie żaden pakiet w chwili rozpoczęcia drugiej szczeliny.

Na Rys. 4.4 przedstawiono przejścia możliwe z i do stanu $(1,1)$. W tym przypadku należy rozróżnić 2 sytuacje zależne od przydzielonych priorytetów obsługi w pierwszej z rozważanych szczelin: na rysunku a), gdy wyższy priorytet ma strumień nr 1; na rysunku b) – strumień nr 2.



Rys. 4.4 Łańcuch Markowa - przejścia z i do stanu $(1,1)$ w przypadku, gdy w pierwszej ze szczelin wyższy priorytet obsługi miały pakiety z a) 1. strumienia lub b) 2. strumienia.

Przejścia oznaczone:

- kolorem czarnym są identyczne w obu przypadkach,
- kolorem czerwonym są możliwe tylko w jednym z nich,
- kolorem niebieskim są możliwe w obu przypadkach, ale różnią się wartościami prawdopodobieństw tych przejść.

Przykładowo przejście ze stanu (1,1) do (0,1) jest możliwe wyłącznie, gdy wyższy priorytet obsługi mają pakiety z pierwszego strumienia. Wartości prawdopodobieństw przejść między poszczególnymi stanami w dwóch sąsiednich szczelinach, dla określonej kolejności obsługi poszczególnych strumieni, można przedstawić w postaci tabelarycznej – w tym przykładzie Tab. 4.1 i Tab. 4.2²³. Stan w pierwszej ze szczelin przedstawiony jest w pierwszej kolumnie, stan w drugiej ze szczelin – w pierwszym wierszu, natomiast w miejscu przecięcia odpowiedniego wiersza i kolumny znajdują się wartości prawdopodobieństw przejść między tymi stanami. W tabelach pogrubiono wartości przedstawione na Rys. 4.4, zachowując odwzorowanie kolorystyczne.

Tab. 4.1 Prawdopodobieństwa przejść między stanami w dwóch sąsiednich szczelinach (w pierwszej szczelinie wyższy priorytet dla strumienia nr 1).

	(0, 0)	(0, 1)	(0, 2)	(1, 0)	(1, 1)	(1, 2)
(0, 0)	A(0, 0)	A(0, 1)	A(0, 2+)	A(1+, 0)	A(1+, 1)	A(1+, 2+)
(0, 1)	A(0, 0)	A(0, 1)	A(0, 2+)	A(1+, 0)	A(1+, 1)	A(1+, 2+)
(0, 2)	0	A(0, 0)	A(0, 1+)	0	A(1+, 0)	A(1+, 1+)
(1, 0)	A(0, 0)	A(0, 1)	A(0, 2+)	A(1+, 0)	A(1+, 1)	A(1+, 2+)
(1, 1)	0	A(0, 0)	A(0, 1+)	0	A(1+, 0)	A(1+, 1+)
(1, 2)	0	0	A(0, 0+)	0	0	A(1+, 0+)

Tab. 4.2 Prawdopodobieństwa przejść między stanami w dwóch sąsiednich szczelinach (w pierwszej szczelinie wyższy priorytet dla strumienia nr 2).

	(0, 0)	(0, 1)	(0, 2)	(1, 0)	(1, 1)	(1, 2)
(0, 0)	A(0, 0)	A(0, 1)	A(0, 2+)	A(1+, 0)	A(1+, 1)	A(1+, 2+)
(0, 1)	A(0, 0)	A(0, 1)	A(0, 2+)	A(1+, 0)	A(1+, 1)	A(1+, 2+)
(0, 2)	0	A(0, 0)	A(0, 1+)	0	A(1+, 0)	A(1+, 1+)
(1, 0)	A(0, 0)	A(0, 1)	A(0, 2+)	A(1+, 0)	A(1+, 1)	A(1+, 2+)
(1, 1)	0	0	0	A(0+, 0)	A(0+, 1)	A(0+, 2+)
(1, 2)	0	0	0	0	A(0+, 0)	A(0+, 1+)

²³ Liczba różnych tabel z prawdopodobieństwami przejść odpowiada liczbie różnych ustawień priorytetów w poszczególnych szczelinach; w prezentowanym przypadku są tylko 2 sposoby ustawienia priorytetów i odpowiadające im 2 tabele.

Łatwo zauważyć, że dzięki możliwości uszeregowania n -wymiarowych stanów [102], [103] elementy obu z powyższych tabel tworzą macierze analogiczne do macierzy M_i zdefiniowanych w rozdziale 3.2.1. W przypadku Mechanizmu CB macierze M_i dla $i = 1, \dots, K$ oznaczane były jako A , natomiast macierze M_i dla $i = K + 1, \dots, N$ – jako V , ponieważ z punktu widzenia danego strumienia pakietów system mógł być tylko w jednej z dwóch faz – aktywności obsługi lub wakacji. Szczelina czasowa mogła należeć tylko do jednej z tych faz (tj. odpowiadała jej macierz A lub V). W przypadku Mechanizmu CB+P każda z faz ma swoją macierz przejścia i dany strumień rozróżnia każdą z nich (tj. nie widzi faz dedykowanych innym strumieniom jako jeden okres wakacji). Wówczas, macierze dla poszczególnych faz niech będą oznaczone jako $M_{p_1}, M_{p_2} \dots$

Postępując jak poprzednio, mnożąc odpowiednią liczbę odpowiednich macierzy, można wyznaczyć macierz M_Z opisującą prawdopodobieństwa przejścia ze stanów w pierwszej do stanów w $N + 1$ -szej szczelinie. Rozkład stanów w obu tych momentach musi być identyczny, więc powstaje układ równań, po rozwiązaniu którego, otrzymuje się ów rozkład. Znaczącą różnicą jest to, że w przypadku Mechanizmu CB+P liczba równań, które należy rozwiązać, by wyznaczyć rozkład stanu całego systemu (tj. zajętości wszystkich kolejek), wynosi $\prod_{m=1}^M (B_m + 1)$, podczas gdy w przypadku Mechanizmu CB: $\sum_{m=1}^M (B_m + 1)$ ²⁴.

W przypadku, gdy system zarządzany jest przez Mechanizm CB+P+GT, analiza przebiega dokładnie w ten sam sposób jak dla Mechanizmu CB+P, przy czym okresy ochronne (GT) traktowane są jako oddzielne fazy (tj. posiadające własne macierze przejść).

4.1.2 Wybrane własności badanego systemu

Przedstawiona w poprzednim rozdziale metoda wyznaczania rozkładów stanu kolejek dla Mechanizmu CB+P została zaimplementowana w środowisku MATLAB, przy czym ograniczono się do przypadków z dwoma strumieniami pakietów, którym można było przypisać bufor o pojemności wynoszącej od 1 do 9 pakietów (liczba możliwych stanów systemu w danej szczelinie nie była większa niż 100).

Przy pomocy programu MATLAB zebrano wyniki dla kilkudziesięciu scenariuszy testowych różniących się 1) parametrami cyklu (tj. długościami czasów T_1 i T_2), 2) pojemnościami buforów i 3) intensywnościami napływu pakietów w ramach poszczególnych strumieni. Dla każdego przypadku obliczono rozkłady stanów kolejek dla każdej szczeliny czasowej.

²⁴ W systemie z Mechanizmem CB stan kolejek dla poszczególnych strumieni można wyznaczyć niezależnie ($B_m + 1$ stanów / równań na m -ty strumień).

Z rozkładu stanów systemu w łatwy sposób można było otrzymać rozkłady długości kolejek dla obu strumieni. Rozkłady te zostały zweryfikowane wynikami symulacyjnymi.

Przykład 1.:

System $T_1 = 10, T_2 = 20, B_1 = 1, B_2 = 2$. Dwa strumienie pakietów, napływ zgodny z procesem Poissona, intensywności napływu $\lambda_1 = 0,3; \lambda_2 = 1$. Badany system posiada macierze przejść o elementach jak w Tab. 4.1 i Tab. 4.2.

Elementy macierzy M_{p_1} :

0,2725	0,2725	0,1958	0,0953	0,0953	0,0685
0,2725	0,2725	0,1958	0,0953	0,0953	0,0685
0	0,2725	0,4683	0	0,0953	0,1638
0,2725	0,2725	0,1958	0,0953	0,0953	0,0685
0	0,2725	0,4683	0	0,0953	0,1638
0	0	0,7408	0	0	0,2592

Elementy macierzy M_{p_2} :

0,2725	0,2725	0,1958	0,0953	0,0953	0,0685
0,2725	0,2725	0,1958	0,0953	0,0953	0,0685
0	0,2725	0,4683	0	0,0953	0,1638
0,2725	0,2725	0,1958	0,0953	0,0953	0,0685
0	0	0	0,3679	0,3679	0,2642
0	0	0	0	0,3679	0,6321

Elementy macierzy M_Z ($M_Z = M_{p_1}^{10} M_{p_2}^{20}$):

0,0930	0,1273	0,1257	0,1211	0,2406	0,2923
0,0930	0,1273	0,1257	0,1211	0,2406	0,2923
0,0930	0,1273	0,1257	0,1211	0,2406	0,2923
0,0930	0,1273	0,1257	0,1211	0,2406	0,2923
0,0930	0,1273	0,1257	0,1211	0,2406	0,2923
0,0930	0,1273	0,1257	0,1211	0,2406	0,2923

Na podstawie macierzy M_Z tworzony jest zestaw równań, z których obliczany jest rozkład stanów:

$$P(0,0) = 0,0930; P(0,1) = 0,1273; P(0,2) = 0,1257;$$

$$P(1,0) = 0,1211; P(1,1) = 0,2406; P(1,2) = 0,2923,$$

gdzie $P(a, b)$ oznacza prawdopodobieństwo wystąpienia stanu (a, b) w 1-szej szczelinie. Tym samym, rozkład liczby pakietów w kolejce dla strumienia nr 1:

$$P(q_1 = 0) = P(0,0) + P(0,1) + P(0,2) = 0,3460;$$

$$P(q_1 = 1) = P(1,0) + P(1,1) + P(1,2) = 0,6540;$$

oraz dla strumienia nr 2:

$$P(q_2 = 0) = P(0,0) + P(1,0) = 0,2141;$$

$$P(q_2 = 1) = P(0,1) + P(1,1) = 0,3679;$$

$$P(q_2 = 2) = P(0,2) + P(1,2) = 0,4180;$$

Wyniki można przedstawić w postaci tabeli:

		Strumień nr 2			
		$q_1 \setminus q_2$	0	1	
Strumień nr 1	0	0,0930	0,1273	0,1257	0,3460
	1	0,1211	0,2406	0,2923	0,6540
		0,2141	0,3679	0,4180	

Warto zauważyć, że otrzymana w ramach tego scenariusza macierz M_Z charakteryzuje się jednakowymi wartościami w kolejnych wierszach²⁵. Oznacza to, że rozkład na koniec cyklu nie zależy od stanu w jakim system znajdował się w chwili rozpoczęcia cyklu. Rozpoczynając z dowolnego z możliwych stanów, po 30 szczelinach należy spodziewać się tego samego rozkładu. Jest to wynik intuicyjnie poprawny - możliwych stanów jest tylko 6, cykl jest relatywnie długi, a na początku cyklu w buforach mogą znajdować się maksymalnie 3 pakiety.

Przykład 2.:

System $T_1 = 10, T_2 = 20, B_1 = B_2 = 3$. Dwa strumienie pakietów, napływ zgodny z procesem Poissona, intensywności napływu $\lambda_1 = 0,3, \lambda_2 = 1$. Względem Przykładu 1. zwiększona została pojemność buforów.

Elementy macierzy M_{p_1} :

0.2725	0.2725	0.1363	0.0595	0.0818	0.0818	0.0409	0.0178	0.0123	0.0123	0.0061	0.0027	0.0013	0.0013	0.0007	0.0003
0.2725	0.2725	0.1363	0.0595	0.0818	0.0818	0.0409	0.0178	0.0123	0.0123	0.0061	0.0027	0.0013	0.0013	0.0007	0.0003
0	0.2725	0.2725	0.1958	0	0.0818	0.0818	0.0587	0	0.0123	0.0123	0.0088	0	0.0013	0.0013	0.0010
0	0	0.2725	0.4683	0	0	0.0818	0.1405	0	0	0.0123	0.0211	0	0	0.0013	0.0023
0.2725	0.2725	0.1363	0.0595	0.0818	0.0818	0.0409	0.0178	0.0123	0.0123	0.0061	0.0027	0.0013	0.0013	0.0007	0.0003
0	0.2725	0.2725	0.1958	0	0.0818	0.0818	0.0587	0	0.0123	0.0123	0.0088	0	0.0013	0.0013	0.0010
0	0	0.2725	0.4683	0	0	0.0818	0.1405	0	0	0.0123	0.0211	0	0	0.0013	0.0023
0	0	0	0.7408	0	0	0	0.2222	0	0	0	0.0333	0	0	0	0.0036
0	0	0	0	0.2725	0.2725	0.1363	0.0595	0.0818	0.0818	0.0409	0.0178	0.0136	0.0136	0.0068	0.0030
0	0	0	0	0	0.2725	0.2725	0.1958	0	0.0818	0.0818	0.0587	0	0.0136	0.0136	0.0098
0	0	0	0	0	0	0.2725	0.4683	0	0	0.0818	0.1405	0	0	0.0136	0.0233
0	0	0	0	0	0	0	0.7408	0	0	0	0.2222	0	0	0	0.0369
0	0	0	0	0	0	0	0	0.2725	0.2725	0.1363	0.0595	0.0953	0.0953	0.0477	0.0208
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.2725	0.2725	0.1958	0	0.0953	0.0953	0.0685
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.2725	0.4683	0	0	0.0953	0.1638
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.7408	0	0	0	0.2592

Elementy macierzy M_{p_2} :

²⁵ Różnice występują na 7-9 miejscu po przecinku i na tym poziomie dokładności mogą być już przekłamanie w związku z przybliżaniem wyników w trakcie wykonywania kolejnych obliczeń [104]. Przykładowo, prawdopodobieństwo, że w 31-szej szczelinie czasowej system będzie w stanie (0,0), zostało wyliczone na:

- 0,093043037934415 w przypadku, gdy w szczelinie nr 1 system był w stanie (0,0),
- 0,093043033185271 w przypadku, gdy w szczelinie nr 1 system był w stanie (1,2).

0.2725	0.2725	0.1363	0.0595	0.0818	0.0818	0.0409	0.0178	0.0123	0.0123	0.0061	0.0027	0.0013	0.0013	0.0007	0.0003
0.2725	0.2725	0.1363	0.0595	0.0818	0.0818	0.0409	0.0178	0.0123	0.0123	0.0061	0.0027	0.0013	0.0013	0.0007	0.0003
0	0.2725	0.2725	0.1958	0	0.0818	0.0818	0.0587	0	0.0123	0.0123	0.0088	0	0.0013	0.0013	0.0010
0	0	0.2725	0.4683	0	0	0.0818	0.1405	0	0	0.0123	0.0211	0	0	0.0013	0.0023
0.2725	0.2725	0.1363	0.0595	0.0818	0.0818	0.0409	0.0178	0.0123	0.0123	0.0061	0.0027	0.0013	0.0013	0.0007	0.0003
0	0	0	0	0.2725	0.2725	0.1363	0.0595	0.0818	0.0818	0.0409	0.0178	0.0136	0.0136	0.0068	0.0030
0	0	0	0	0	0.2725	0.2725	0.1958	0	0.0818	0.0818	0.0587	0	0.0136	0.0136	0.0098
0	0	0	0	0	0	0.2725	0.4683	0	0	0.0818	0.1405	0	0	0.0136	0.0233
0	0	0	0	0.2725	0.2725	0.1363	0.0595	0.0818	0.0818	0.0409	0.0178	0.0136	0.0136	0.0068	0.0030
0	0	0	0	0	0	0	0	0.2725	0.2725	0.1363	0.0595	0.0953	0.0953	0.0477	0.0208
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.2725	0.2725	0.1958	0	0.0953	0.0953	0.0685
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.2725	0.4683	0	0	0.0953	0.1638
0	0	0	0	0	0	0	0	0.2725	0.2725	0.1363	0.0595	0.0953	0.0953	0.0477	0.0208
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.3679	0.3679	0.1839	0.0803
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.3679	0.3679	0.2642
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.3679	0.6321

Elementy macierzy M_Z ($M_Z = M_{p1}^{10} M_{p2}^{20}$):

0.0219	0.0282	0.0222	0.0179	0.0288	0.0413	0.0380	0.0344	0.0398	0.0588	0.0567	0.0528	0.0595	0.1295	0.1759	0.1942
0.0219	0.0282	0.0222	0.0179	0.0288	0.0413	0.0380	0.0344	0.0398	0.0588	0.0567	0.0528	0.0595	0.1295	0.1759	0.1942
0.0217	0.0278	0.0219	0.0176	0.0286	0.0409	0.0376	0.0339	0.0398	0.0587	0.0564	0.0524	0.0599	0.1303	0.1771	0.1954
0.0214	0.0273	0.0215	0.0173	0.0284	0.0405	0.0370	0.0333	0.0399	0.0586	0.0560	0.0520	0.0603	0.1312	0.1783	0.1968
0.0219	0.0282	0.0222	0.0179	0.0288	0.0413	0.0380	0.0344	0.0398	0.0588	0.0567	0.0528	0.0595	0.1295	0.1759	0.1942
0.0217	0.0278	0.0219	0.0176	0.0286	0.0409	0.0376	0.0339	0.0398	0.0587	0.0564	0.0524	0.0599	0.1303	0.1771	0.1954
0.0214	0.0273	0.0215	0.0173	0.0284	0.0405	0.0370	0.0333	0.0399	0.0586	0.0560	0.0520	0.0603	0.1312	0.1783	0.1968
0.0212	0.0271	0.0213	0.0171	0.0283	0.0403	0.0368	0.0331	0.0399	0.0586	0.0559	0.0518	0.0605	0.1317	0.1789	0.1975
0.0215	0.0276	0.0217	0.0174	0.0285	0.0407	0.0373	0.0336	0.0398	0.0587	0.0562	0.0522	0.0601	0.1308	0.1777	0.1961
0.0211	0.0270	0.0212	0.0170	0.0283	0.0402	0.0366	0.0329	0.0399	0.0585	0.0558	0.0516	0.0607	0.1319	0.1793	0.1979
0.0209	0.0267	0.0209	0.0167	0.0281	0.0399	0.0362	0.0325	0.0400	0.0585	0.0555	0.0513	0.0610	0.1327	0.1802	0.1989
0.0208	0.0266	0.0208	0.0166	0.0281	0.0398	0.0361	0.0323	0.0400	0.0585	0.0554	0.0512	0.0611	0.1329	0.1805	0.1993
0.0205	0.0262	0.0204	0.0163	0.0279	0.0394	0.0356	0.0318	0.0400	0.0583	0.0551	0.0507	0.0615	0.1338	0.1818	0.2006
0.0201	0.0256	0.0199	0.0158	0.0276	0.0388	0.0348	0.0310	0.0401	0.0582	0.0546	0.0500	0.0622	0.1352	0.1836	0.2026
0.0199	0.0253	0.0196	0.0156	0.0275	0.0385	0.0345	0.0306	0.0402	0.0581	0.0544	0.0497	0.0624	0.1358	0.1844	0.2035
0.0199	0.0252	0.0196	0.0155	0.0274	0.0385	0.0344	0.0305	0.0402	0.0581	0.0543	0.0497	0.0625	0.1359	0.1846	0.2037

Otrzymane wyniki przedstawione w postaci tabeli, analogicznie jak w Przykładzie 1.:

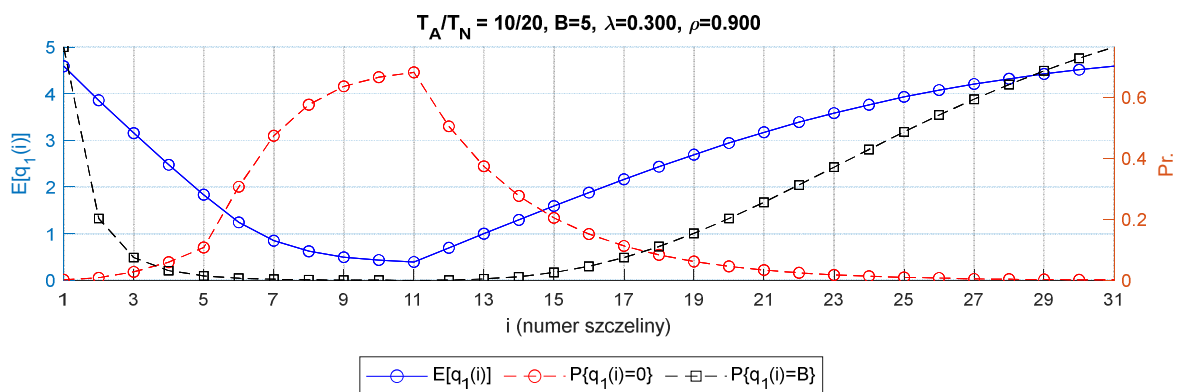
		Strumień nr 2				
		$q_1 \setminus q_2$	0	1	2	
Strumień nr 1	0	0,0206	0,0262	0,0205	0,0163	0,0836
	1	0,0279	0,0394	0,0357	0,0319	0,1349
	2	0,0400	0,0583	0,0551	0,0508	0,2043
	3	0,0615	0,1337	0,1816	0,2004	0,5772
		0,1500	0,2577	0,2929	0,2994	

Zwiększenie pojemności obu buforów do 3 spowodowało zwiększenie liczby możliwych stanów do 16. Wartości w kolejnych wierszach macierzy M_Z są już różne, choć nadal zbliżone. Tym samym jest wyraźnie widoczny wpływ stanu systemu w chwili rozpoczęcia cyklu na jego stan w chwili zakończenia cyklu.

Przykład 3.:

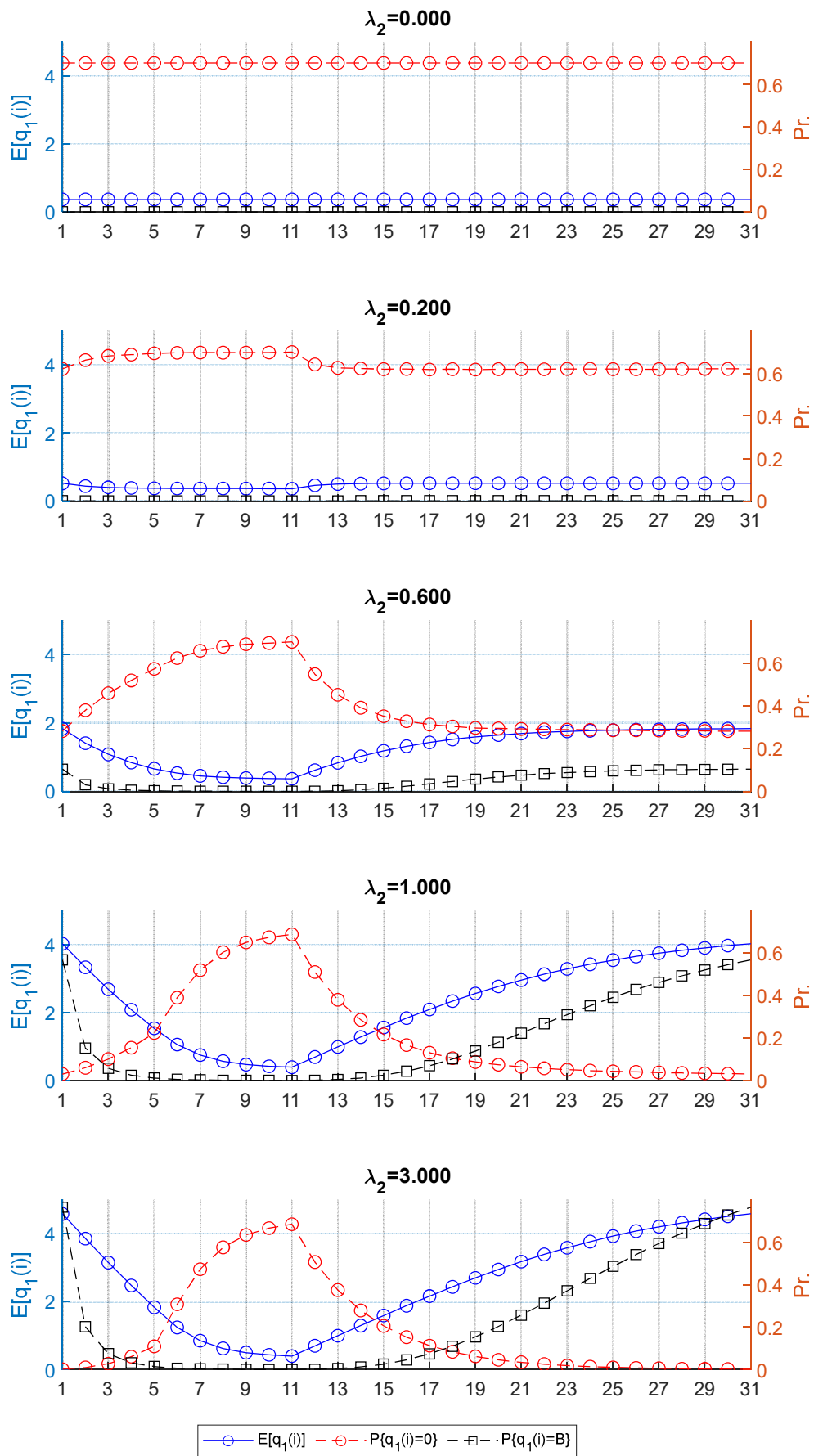
System $T_1 = 10, T_2 = 20, B_1 = B_2 = 5$. Dwa strumienie pakietów, napływ zgodny z procesem Poissona, intensywności napływu $\lambda_1 = 0,3$, natomiast λ_2 zmienia się w zakresie od 0 do 3,0. Celem przykładu jest pokazanie jaki wpływ na parametry strumienia nr 1 ma zwiększanie intensywności napływu pakietów w ramach strumienia nr 2.

Na Rys. 4.5 przedstawiono wybrane parametry rozkładu stanu kolejki dla strumienia nr 1 w przypadku, gdy system jest zarządzany przez Mechanizm CB. Z perspektywy strumienia nr 1 okres T_1 jest okresem aktywności obsługi (T_A), a okres T_2 – niedostępności obsługi (T_N). Jednocześnie pakiety ze strumienia nr 2 nie są obsługiwane w okresie T_1 . Przedstawiono średni stan kolejki ($E[q_1(i)]$), a także prawdopodobieństwa, że kolejka jest pusta ($P\{q_1(i) = 0\}$) oraz zapelniona ($P\{q_1(i) = B\}$). Wartości te przedstawiono w funkcji numeru szczeliny. System jest dość mocno obciążony, gdyż intensywność napływu pakietów wynosi 0,3, ale urządzenie obsługujące jest dostępne przez 1/3 czasu. Przykładowo, prawdopodobieństwo, że w chwili rozpoczęcia cyklu bufor będzie zapelniony wynosi $P\{q_1(1) = 5\} = 0,765$. Parametry dla szczeliny nr 31 są takie same jak dla szczeliny nr 1.



Rys. 4.5 Zmiana stanu zajętości kolejki - system z wakacjami.

Na Rys. 4.6 przedstawiono analogiczne parametry dla strumienia nr 1 w przypadku, gdy system jest zarządzany Mechanizmem CB+P. W przypadku, gdy nie ma drugiego strumienia pakietów ($\lambda_2 = 0$), parametry te nie zależą od numeru szczeliny – wszystkie szczeliny są w pełni dostępne dla strumienia nr 1. Wraz ze zwiększaniem intensywności strumienia nr 2 otrzymywane charakterystyki coraz bardziej zbliżają się do wykresu jak dla systemu z Mechanizmem CB.



Rys. 4.6 Zmiana stanu zajętości kolejki - strumień nr 1.

W przypadku, gdy $\lambda_1 = 0,3$ oraz $\lambda_2 = 0,6$ (czyli sumaryczna intensywność napływu wynosi 0,9, ale urządzenie obsługujące jest dostępne przez cały czas), parametry kolejki dla pierwszego strumienia są jednak zdecydowanie inne niż te przedstawione na Rys. 4.5 – przykładowo, prawdopodobieństwo, że w chwili rozpoczęcia cyklu bufor dla strumienia pierwszego będzie wypełniony, wynosi $P\{q_1(1) = 5\} = 0,282$.

Nawet gdy całościowo system zostanie przeciążony (przypadek $\lambda_2 = 0,9$; $\lambda_1 + \lambda_2 = 1,2$), to parametry strumienia nr 1 i tak są lepsze niż w przypadku systemu z Mechanizmem CB ($P\{q_1(1) = 5\} = 0,567$). Z powodu skończonej pojemności bufora przeznaczonych dla strumienia nr 2, oraz z powodu możliwości korzystania przez strumień nr 2 ze szczelin okresu T_1 , część szczelin okresu T_2 będzie dostępna dla strumienia nr 1.

W przypadku bardzo dużej intensywności strumienia nr 2 ($\lambda_2 = 3,0$) praktycznie każda szczelina okresu T_2 jest wykorzystana na obsługę pakietu z tego strumienia – wówczas parametry kolejki dla strumienia nr 1 są niemal identyczne jak w przypadku obsługi z Mechanizmem CB.

4.2 Analiza systemu – system z czasem ciągłym

W tym rozdziale rozpatrywane będą systemy z czasem ciągłym, tzn. napływ pakietu oraz pobranie pakietu do obsługi będą możliwe w dowolnej chwili czasu (nie jest to system z czasem dyskretnym i szczelinami).

4.2.1 Zachowanie work-conserving vs izolacja parametrów obsługi

W rozdziale tym porównane zostaną parametry obsługi strumienia pakietów w przypadku, gdy będą one obsługiwane przez Mechanizm CB, Mechanizm CB+P, Mechanizm CB+P+GT, a także Mechanizm WRR (ang. *Weighted Round Robin*). Problem zapewnienia izolacji ruchu obsługiwanego przez różne mechanizmy szeregowania pakietów jest szeroko opisywany w literaturze, np. [105], [106], [107].

Mechanizm szeregowania pakietów WRR to mechanizm karuzelowy typu work-conserving, który zakłada, że w ramach jednego cyklu obsługi z każdej kolejki pobierana jest odpowiednia, zdefiniowana wagą, liczba pakietów. W przypadku, gdy w danym buforze nie ma pakietów, mechanizm ten od razu pobiera pakiety z kolejnego bufora. W systemie takim nie ma podziału na fazy dedykowane dla obsługi danego strumienia ruchu.

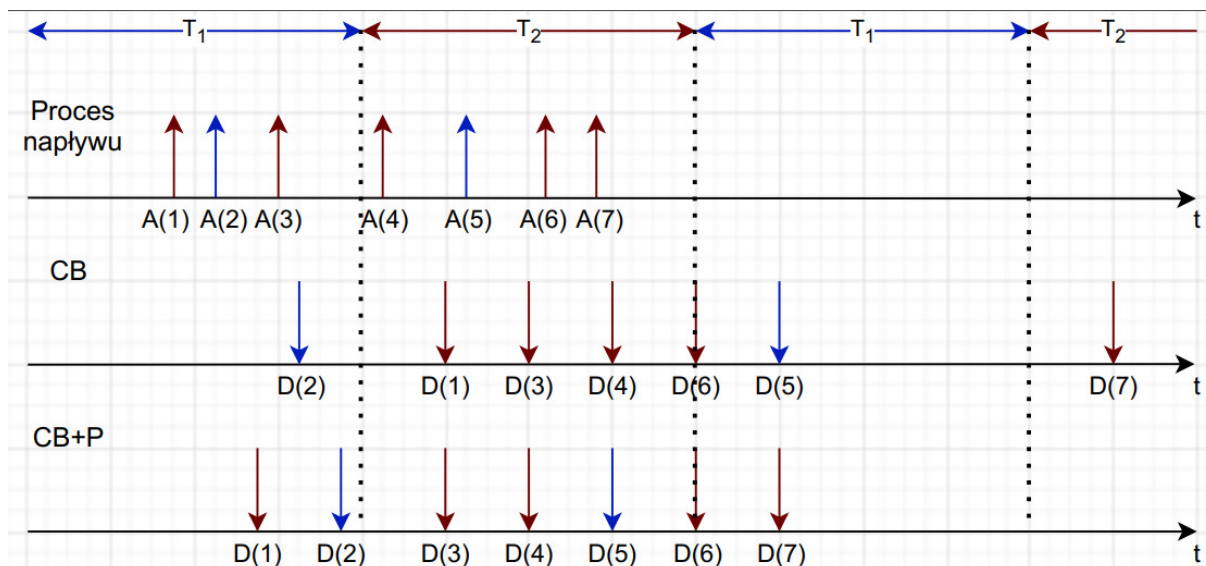
Mechanizm CB zapewnia pełne zachowanie izolacji – każdy strumień pakietów posiada dostęp do łącza wyjściowego w ściśle określonych i deterministycznych momentach, a żaden inny strumień nie może być w tych momentach obsługiwany. O ile działanie takie zapewnia pełną izolację ruchu, to jednocześnie może powodować nieefektywne wykorzystanie łącza (jest to mechanizm bez obsługi ciągłej).

W Mechanizmie CB+P wprowadzono modyfikację, która pozwala na obsługę pakietów należących do różnych strumieni w kolejności priorytetów właściwych danej fazie. Wprowadza to jednak zależność parametrów danego strumienia od innych strumieni. Celem badania będzie określenie wpływu Mechanizmu CB+P na zaburzenie izolacji. Metoda ta została pierwotnie przedstawiona w [108].

Na potrzebę dalszej analizy przyjęto następującą definicję zapewnienia izolacji: Dany system zapewnia izolację, jeśli żaden pakiet obsługiwany przez ten system nie doświadcza opóźnienia większego niż te, którego doświadczyłby w systemie z Mechanizmem CB.

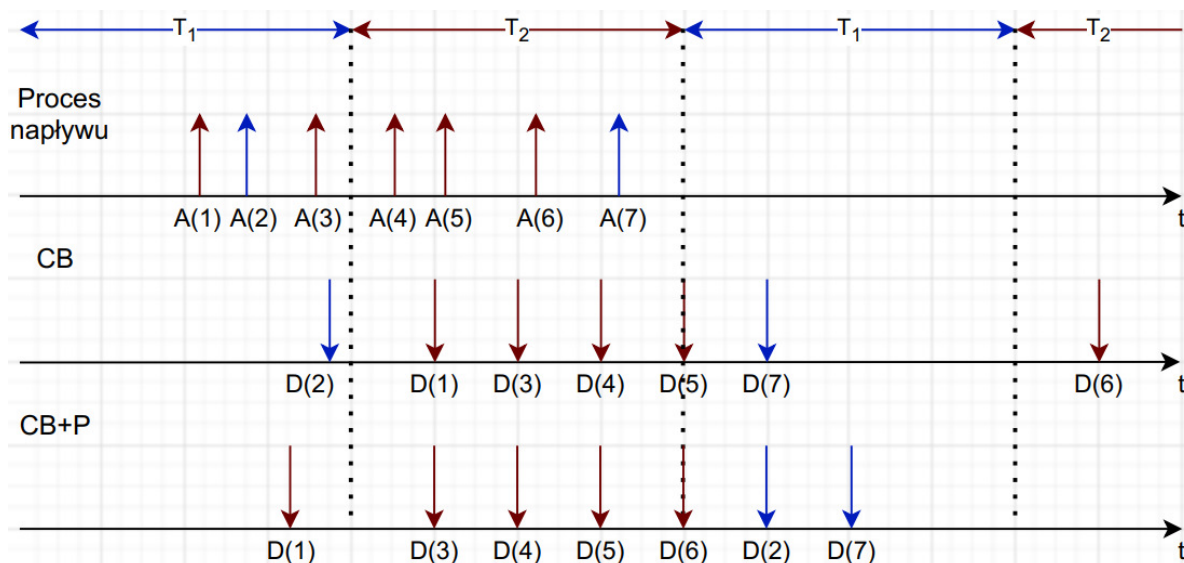
W tym miejscu warto wspomnieć, że w przypadku systemu z czasem dyskretnym problem zaburzenia izolacji nie występuje z definicji. Obsługa pakietu może rozpocząć się wyłącznie na początku szczeliny, więc pakiet napływający w trakcie trwania szczeliny i tak musi czekać na obsługę (co najmniej) do rozpoczęcia kolejnej szczeliny, więc to, czy jakiś pakiet (np. z niższym priorytem) był w tej szczelinie obsługiwany nie wpływa negatywnie na czas oczekiwania na obsługę nowoprzybyłego pakietu.

Problem zaburzenia izolacji został przedstawiony na Rys. 4.7 i Rys. 4.8. Na obu rysunkach przedstawiono 3 osie czasu, na których zaznaczono 1) przykładowy proces napływu, tj. kiedy pakiety napływają do systemu, oraz proces obsługi, tj. kiedy pakiety opuszczają system, w przypadku, gdy obsługa pakietów zarządzana jest przez 2) Mechanizm CB lub 3) Mechanizm CB+P. Momenty napływu i obsługi poszczególnych pakietów oznaczone są strzałkami skierowanymi, odpowiednio, w górę i w dół. Kolor strzałki informuje, do którego ze strumienia należy pakiet napływający/opuszczający system: niebieski – strumień nr 1, bordowy – strumień nr 2. Momenty napływu oraz zakończenia obsługi n -tego pakietu zostały oznaczone jako $t = A(n)$, oraz $t = D(n)$ (oznaczenia $A(n)$, $D(n)$, z ang. *Arrival / Departure*). Przed napływem 1-szego pakietu system był pusty. Czasy T_1 i T_2 są dedykowane odpowiednio strumieniowi nr 1 oraz nr 2 i wynoszą czterokrotności czasu obsługi jednego pakietu (ozn. h), tj. $T_1 = T_2 = 4h$.



Rys. 4.7 Zaburzenie izolacji, przykład 1.

Aby sprawdzić, czy izolacja została zachowana należy porównać momenty zakończenia obsługi, $D(n)$, dla kolejnych n w systemie z Mechanizmem CB+P, jako wartość referencyjną przyjmując $D(n)$ otrzymane z systemu zarządzanego przez Mechanizm CB. Dla procesu napływu przedstawionego na Rys. 4.7 jedynie moment $D(2)$ następuje później w przypadku CB+P (o ok. $h/2$): pakiet nr 2 musi czekać na zakończenie obsługi pakietu nr 1, podczas gdy w CB pakiet nr 1 nie został pobrany do obsługi w okresie T_1 . Poza pakietem nr 2 wszystkie inne pakiety opuszczają system nie później niż w przypadku użycia Mechanizmu CB (tylko pakiet nr 6 opuszcza system w obu przypadkach w tym samym momencie, pozostałe szybciej).



Rys. 4.8 Zaburzenie izolacji, przykład 2.

Na Rys. 4.8 przedstawiono inny proces napływu, który skutkuje dużym zaburzeniem izolacji. W tym przypadku oba pakiety należące do strumienia nr 1 (pakiety $n = 2$ oraz $n = 7$) obserwują zwiększony czas przebywania w systemie, przy czym w przypadku pakietu $n = 2$ wzrost tego czasu jest znaczny - ponad $5h$, gdyż pakiet musi czekać do rozpoczęcia kolejnej fazy dedykowanej dla obsługi strumienia nr 1.

Przykład przedstawiony na Rys. 4.8 ilustruje najgorszą z punktu widzenia zachowania izolacji sytuację, tj. gdy pakiet z wyższym priorytetem nie może zostać obsłużony w swojej fazie, ponieważ w obsłudze znajduje się pakiet z niższym priorytetem, a następnie następuje zmiana fazy. Sposobem ograniczenia występowania takich sytuacji jest wprowadzenie okresu ochronnego (GT).

W Tab. 4.3 przedstawiono przykładowe czasy przebywania w kolejce²⁶ dla kolejnych pakietów napływających do systemu obsługi dla przypadków, gdyby były one obsługiwane przez Mechanizm CB (System referencyjny), oraz 2 inne mechanizmy (System nr 1 i nr 2). Wówczas z tych dwóch Systemów tylko System nr 2 zapewnia izolację – mimo iż średni czas przebywania pakietów w kolejce jest najniższy dla Systemu nr 1, to np. pakiet nr 1 i 5 doświadczają większych opóźnień niż w Systemie referencyjnym.

Tab. 4.3 Porównanie systemów obsługi pod kątem izolacji.

Nr pakietu	Czas przebywania w kolejce		
	System referencyjny (Mechanizm CB)	System nr 1	System nr 2
1	10	14	8
2	20	14	20
3	30	14	29
4	20	14	20
5	10	14	8
...
Średni czas przebywania w kolejce	18	14	17

²⁶ Czas przebywania w kolejce to czas pomiędzy przybyciem pakietu do systemu a opuszczeniem przez niego kolejki. Będzie on także określany mianem „opóźnienia”.

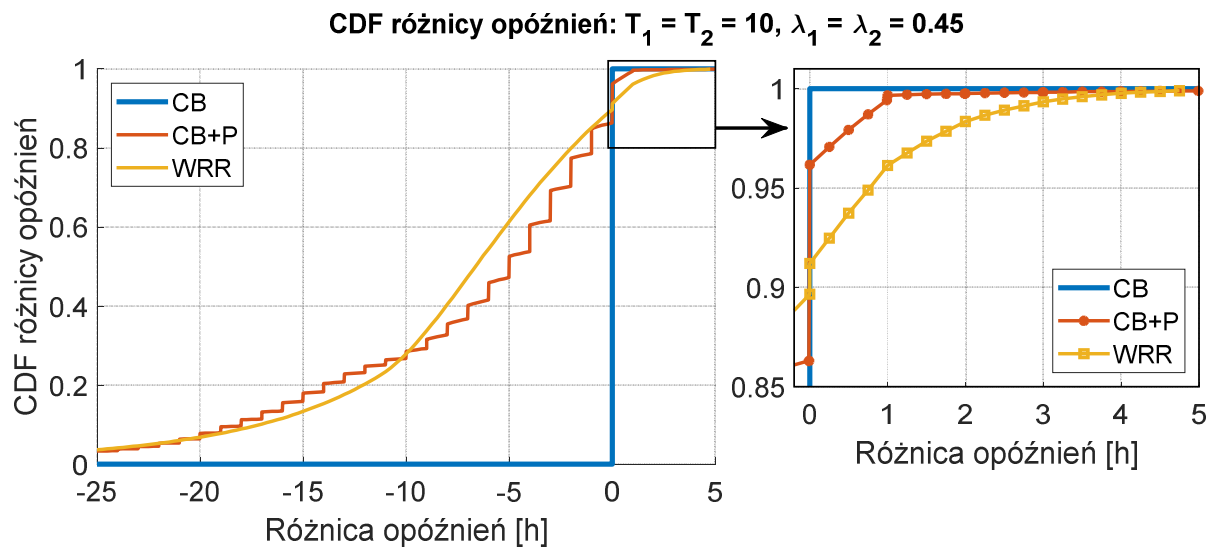
W celu sprawdzenia jak Mechanizm CB+P wpływa na parametry obsługi, przeprowadzono następujący eksperyment. Wygenerowane *a priori* 2 strumienie pakietów obsługiwane były przez 1) Mechanizm CB, 2) Mechanizm CB+P, 3) Mechanizm WRR. W każdym z tych trzech przypadków pakiety napływały do systemu obsługi dokładnie w tych samych chwilach, ale z racji różnego sposobu obsługi, różniły się momentem opuszczenia kolejki. Oba strumienie charakteryzowały się taką samą intensywnością napływu $\lambda_1 = \lambda_2 = 0,45$ (całkowite obciążenie systemu $\rho = 0,9$), a Mechanizm CB i CB+P miały ustawione długości faz $T_1 = T_2 = 10$. Zbierane były opóźnienia wszystkich pakietów, z których wyznaczono zbiór różnic:

$$\Delta_{WRR}^n = d_{WRR}^n - d_{CB}^n, \quad \Delta_{CB+P}^n = d_{CB+P}^n - d_{CB}^n, \quad (4.5)$$

gdzie $d_{CB}^n, d_{CB+P}^n, d_{WRR}^n$ to opóźnienie jakiego doświadczył n -ty pakiet w systemie z Mechanizmem CB, CB+P, oraz WRR. Jeśli dana różnica jest ujemna, oznacza to, że pakiet został obsłużony szybciej niż w systemie z Mechanizmem CB. Z tak otrzymanych różnic wyznaczone zostały ich dystrybuanty (ozn. CDF, ang. *cumulative distribution function*). Wartość $CDF(t_1)$ mówi o tym, jaka część pakietów doświadczyła różnicy opóźnień nie większej niż t_1 . W szczególności, wartość $CDF(0)$ mówi o tym, jaka część pakietów nie czekała na obsługę dłużej niż w systemie z Mechanizmem CB. Wykresy tak zdefiniowanych dystrybuant przedstawiono na Rys. 4.9. W szczególności, na rysunku przedstawiono też wartości dla Mechanizmu CB – kształt dystrybuanty dla takiego przypadku to funkcja skokowa dla różnicy czasu wynoszącej 0.

Dystrybuanta dla Mechanizmu CB+P posiada wyraźne skoki w wartościach całkowitych. Mimo, że rozważany jest system bez podziału na szczeliny czasowe, to obsługa danego pakietu, zgodnie z założeniem działania Mechanizmu CB(+P), nie może rozpocząć się w jednej i zakończyć w drugiej fazie cyklu. Tym samym, jeśli w momencie zmiany fazy w jakiejś kolejce są pakiety, to obsługa pakietów z kolejki rozpoczyna się dokładnie w tym momencie, a ponieważ pakiety są stałej długości, opuszczają system co 1 jednostkę czasu²⁷. Jeśli jakiś pakiet w momencie rozpoczęcia danej fazy był np. na 5. miejscu w kolejce (dla przypadku z Mechanizmem CB), a po użyciu Mechanizmu CB+P jest w tym momencie na miejscu 2., to jego czas oczekiwania na obsługę skróci się dokładnie o 3 jednostki czasu.

²⁷ Jednostką czasu jest czas obsługi jednego pakietu, $h = 1$.



Rys. 4.9 Dystrybuanta różnic opóźnień – CB, CB+P, WRR.

Wartości liczbowe dla $CDF(0)$, $CDF(1)$, $CDF(4)$ dla Mechanizmu CB+P oraz WRR przedstawiono w Tab. 4.4. Z wartości dystrybuant można wnioskować, że w przypadku Mechanizmu CB+P 96,2% pakietów nie doświadczyło opóźnienia większego niż podczas obsługi przez Mechanizm CB, natomiast opóźnienie zwiększyło się o co najmniej 1 dla 0,3% pakietów. W przypadku Mechanizmu WRR wartości te to odpowiednio 91,2% oraz 3,9%.

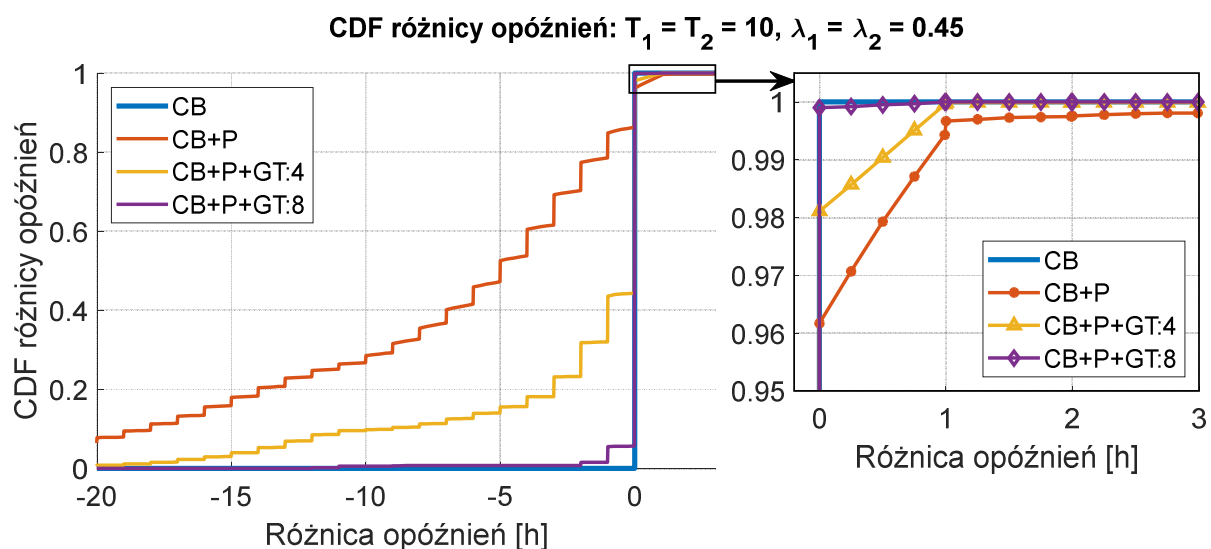
Tab. 4.4 Porównanie różnic opóźnień pakietów w systemach z Mechanizmami CB, CB+P, WRR.

	Średnie opóźnienie	Non-work-conserving [%]	CDF(0)	CDF(1)	CDF(4)
CB	12,50	9,8	-	-	-
CB+P	4,92	1,6	0,9617	0,9967	0,9986
WRR	4,53	0	0,9121	0,9614	0,9977

W tabeli przedstawione zostały również średnie czasy opóźnień pakietów w systemach obsługi z Mechanizmami CB, CB+P i WRR. Średnie czasy oczekiwania w systemach z Mechanizmami CB+P oraz WRR są do siebie zbliżone i zdecydowanie niższe niż w przypadku Mechanizmu CB. Obliczono także parametr „Non-work-conserving”, który informuje, przez jaki procent czasu system obsługi nie obsługiwał żadnego pakietu, mimo, że nie wszystkie kolejki były puste (czyli wykazywał działanie „non-work-conserving”). Mechanizm CB ze swojej definicji w ramach danej fazy obsługuje pakiety tylko z jednej kolejki, więc parametr ten wyniósł w tym przypadku ok. 9,8%, Mechanizm WRR zawsze obsługuje pakiety, jeśli są one dostępne (stąd 0%), natomiast Mechanizm CB+P nie może pobrać do obsługi pakietu, tylko wtedy, gdy pozostały czas danej fazy nie pozwoliłby na ukończenie obsługi pakietu w tej fazie (w tym przypadku parametr ten wynosi 1,6%). Podsumowując, Mechanizm WRR efektywniej redukuje średni czas oczekiwania na obsługę, ale też niepomijalna część pakietów (8,8%)

doświadczą wydłużenia tego czasu, podczas gdy Mechanizm CB+P wydłuża czas oczekiwania dla ok 3,8% pakietów.

Aby poprawić izolację, czyli zwiększyć wartość $CDF(0)$, w Mechanizmie CB+P można skonfigurować okresy ochronne (GT) – otrzymuje się wówczas Mechanizm CB+P+GT. Okres ochronny to końcowy okres danej fazy, w którym do obsługi mogą być pobierane pakiety wyłącznie z kolejki o najwyższym priorytecie. Stosując tę samą metodologię, co dla porównania Mechanizmów CB, CB+P i WRR, przeprowadzono badania dla Mechanizmu CB+P+GT. Zbadano dwa przypadki - gdy okres ochronny każdej z faz wynosił 4 (ozn. CB+P+GT:4) oraz 8 (ozn. CB+P+GT:8). Wyniki przedstawiono na Rys. 4.10.



Rys. 4.10 Dystrybuanta różnic opóźnień – CB, CB+P, CB+P+GT:4, CB+P+GT:8.

Wprowadzenie okresów ochronnych powoduje zbliżanie się wykresów dystrybuant do wykresu dla Mechanizmu CB – w przypadku granicznego Mechanizmu CB+P+GT:10 to po prostu Mechanizm CB. Wydłużając okresy ochronne, coraz mniej pakietów jest w stanie skorzystać z możliwości obsługi z niższym priorytetem i coraz więcej pakietów oczekuje tyle ile w systemie z Mechanizmem CB. Zastosowanie okresu ochronnego o długości 4 spowodowało znaczący wzrost średniego opóźnienia i procentowego udziału czasu, w którym system zachowuje się jak system „non-work-conserving” (patrz Tab. 4.5). W Mechanizmie CB+P to właśnie ostatni okres danej fazy jest najczęściej wykorzystywany przez pakiety o niższym priorytecie – gdy pakiety o wyższym priorytecie zostaną już obsłużone. Okres ochronny o długości 8 skutkuje niemal identycznymi wynikami jak dla Mechanizmu CB – tylko kilka procent pakietów zmniejszyło swoje opóźnienia o 1 jednostkę czasu.

Otrzymane wyniki potwierdzają, że regulując długość okresu ochronnego można wpływać na wartość dystrybuanty różnicy opóźnień – w szczególności CDF(0) oraz CDF(1).

Tab. 4.5 Porównanie różnic opóźnień pakietów w systemach z Mechanizmami CB, CB+P, CB+P+GT:4, CB+P+GT:8.

	Średnie opóźnienie	Non-work-conserving [%]	CDF(0)	CDF(1)	CDF(4)
CB	12,50	9,8	-	-	-
CB+P	4,92	1,6	0,9617	0,9967	0,9986
CB+P+GT:4	10,11	8,7	0,9811	0,9999	1
CB+P+GT:8	12,34	9,8	0,9990	1	1

4.2.2 Przybliżona zależność na średni czas oczekiwania

Celem analizy przedstawionej w tym rozdziale jest wyznaczenie prostej zależności umożliwiającej oszacowanie średniego czasu oczekiwania pakietu w systemie z nieskończoną kolejką zarządzanym przez Mechanizm CB+P, do którego zgodnie z procesem Poissona napływają dwa strumienie pakietów – S1 i S2.

W systemie pełnodostępnym, gdzie obsługiwane są dwa strumienie pakietów, przy czym strumień nr 1 posiada wyższy priorytet obsługi, średnie czasy oczekiwania na obsługę można wyznaczyć z następujących zależności [101]:

$$E[W_1] = E[N_1]h_1 + \rho_1 h_{1_{res}} + \rho_2 h_{2_{res}}, \quad (4.6)$$

$$E[W_2] = E[N_1]h_1 + E[N_2]h_2 + \rho_1 h_{1_{res}} + \rho_2 h_{2_{res}} + E[W_2]\rho_1 \quad (4.7)$$

gdzie $E[W_m]$ to średni czas oczekiwania na obsługę jakiegoś doświadczonego pakietu z m -tego strumienia, $E[N_m]$ to średnia liczba pakietów przebywająca w kolejce dedykowanej m -temu strumieniowi, ρ_m to obciążenie systemu powodowane obsługą pakietów z m -tego strumienia, h_m to czas obsługi pakietu należącego do m -tego strumienia, a $h_{m_{res}}$ to resztkowy czas obsługi pakietu należącego do m -tego strumienia.

Zależność (4.6) można interpretować w następujący sposób: napływający pakiet czeka na obsługę przez resztkowy czas obsługi aktualnie obsługiwanego pakietu (z prawdopodobieństwem ρ_1 (ρ_2) jest to pakiet ze strumienia nr 1 (nr 2)), a następnie czeka aż obsłużone zostaną pakiety o tym samym priorytecie, które znajdują się przed nim w kolejce (takich pakietów jest $E[N_1]$).

W przypadku zależności (4.7) suma jest nieco bardziej rozbudowana. Napływający pakiet musi czekać aż obsłużone zostaną pakiety o tym samym, ale i wyższym, priorytecie. Dodatkowo,

w momencie gdy pakiet oczekuje na obsługę, do systemu napływają kolejne pakiety z wyższym priorytetem – średnio $E[W_2]\lambda_1$, które również zostaną obsłużone przed tym pakietem.

Korzystając z równania Little'a: $E[N_m] = E[W_m]\lambda_m$ [109], oraz $\rho_i = \lambda_i h_i$, zależności (4.6) oraz (4.7) można przedstawić w postaci:

$$E[W_1] = \frac{\rho_1 h_{1_{res}} + \rho_2 h_{2_{res}}}{1 - \rho_1},$$

$$E[W_2] = \frac{\rho_1 h_{1_{res}} + \rho_2 h_{2_{res}} + E[W_1]\rho_1}{1 - \rho_1 - \rho_2}.$$

Rozważając system obsługiwany przez Mechanizm CB+P, priorytety obsługi zmieniają się zgodnie z kolejnymi fazami cyklu. W celu wyznaczenia średniego czasu oczekiwania na obsługę wyróżniane są dwa przypadki, gdy pakiet napływa do systemu w czasie trwania fazy dającej mu wyższy lub niższy priorytet. Następnie założono, że gdy pakiet napłynie w fazie dającej mu wyższy (niższy) priorytet, będzie oczekiwał na obsługę tyle, ile oczekiwałby w systemie pełnodostępnym, mając wyższy (niższy) priorytet. Wobec tego, czasy oczekiwania dla pakietów należących do obu strumieni można zapisać następująco:

	Pakiet ze strumienia nr 1 (S1)	Pakiet ze strumienia nr 2 (S2)
Napływ w fazie nr 1	$E[W_{1T1}] = \frac{\rho_1 h_{1_{res}} + \rho_2 h_{2_{res}}}{1 - \rho_1}$	$E[W_{2T1}] = \frac{\rho_1 h_{1_{res}} + \rho_2 h_{2_{res}} + E[W_{1T1}]\rho_1}{1 - \rho_1 - \rho_2}$
Napływ w fazie nr 2	$E[W_{1T2}] = \frac{\rho_1 h_{1_{res}} + \rho_2 h_{2_{res}} + E[W_{2T2}]\rho_1}{1 - \rho_1 - \rho_2}$	$E[W_{2T2}] = \frac{\rho_1 h_{1_{res}} + \rho_2 h_{2_{res}}}{1 - \rho_2}$

Prawdopodobieństwo, że dany pakiet napłynie w m -tej fazie jest proporcjonalne do długości m -tej fazy względem długości cyklu. Wówczas, ostatecznie, średni czas oczekiwania na obsługę dla pakietów należących do strumienia nr 1 ($E[W_1]$) i strumienia nr 2 ($E[W_2]$):

$$E[W_1] = \frac{T_1}{T_1 + T_2} E[W_{1T1}] + \frac{T_2}{T_1 + T_2} E[W_{1T2}],$$

$$E[W_2] = \frac{T_2}{T_1 + T_2} E[W_{2T2}] + \frac{T_1}{T_1 + T_2} E[W_{2T1}],$$
(4.8)

gdzie T_1 i T_2 to długości faz nr 1 i 2. Zgodnie z zależnością (4.8) wartości czasów oczekiwania zależą od stosunku czasów T_1 do T_2 , a nie ich konkretnych wartości.

Dokładność wyznaczonych zależności została porównana z wynikami symulacyjnymi. W Tab. 4.6 pokazano wyniki dla przypadku, gdzie fazy T_1 i T_2 są tej samej długości, a także intensywność napływu pakietów w ramach strumienia S1 i S2, jest identyczna dla obu strumieni (i wynosi $\lambda_1 = \lambda_2 = 1/2 \cdot 0,7 = 0,35$). System obciążony jest na poziomie 0,7.

Tab. 4.6 Porównanie średnich czasów oczekiwania (1/3).

	S1	S2	S1	S2	S1	S2
T_1 / T_2	5	5	20	20	100	100
$E[W]$ SYM.	1,28	1,28	1,20	1,20	1,17	1,17
$E[W]$ (4.8)	1,17	1,17	1,17	1,17	1,17	1,17

W Tab. 4.7 pokazano wyniki dla przypadku, gdzie fazy T_1 i T_2 mają różne długości, ale zachowany jest ich stosunek, 1:2. Intensywności napływu wynoszą $\lambda_1 = 1/3 \cdot 0,7 \approx 0,23$, oraz $\lambda_2 = 2/3 \cdot 0,7 \approx 0,47$. System obciążony jest na poziomie 0,7.

Tab. 4.7 Porównanie średnich czasów oczekiwania (2/3).

	S1	S2	S1	S2	S1	S2
T_1 / T_2	3	6	10	20	100	200
$E[W]$ SYM.	1.52	1.18	1.55	1.03	1.61	0.94
$E[W]$ (4.8)	1.61	0.94	1.61	0.94	1.61	0.94

Ostatni zestaw wyników, Tab. 4.8, to ponownie wyniki dla T_1 i T_2 w stosunku 1:2, ale intensywności napływu wynoszą $\lambda_1 = 1/3 \cdot 0,3 = 1$, oraz $\lambda_2 = 2/3 \cdot 0,9 = 0,6$. System obciążony jest na poziomie 0,7, przy czym zdecydowana większość pakietów należy do strumienia S2.

Tab. 4.8 Porównanie średnich czasów oczekiwania (3/3).

	S1	S2	S1	S2	S1	S2
T_1 / T_2	3	6	10	20	100	200
$E[W]$ SYM.	1,34	1,35	1,73	1,14	2,06	1,03
$E[W]$ (4.8)	2,06	1,03	2,06	1,03	2,06	1,03

Otrzymane wyniki świadczą o tym, że zależność (4.8) dobrze przybliża średnie czasy oczekiwania pakietów, w przypadku gdy cykl jest długi. Długi cykl pozwala osiągnąć stan ustalony w danej fazie – po początkowym zaburzeniu wynikającym ze zmiany fazy, parametry systemu dążą do parametrów jak w systemie pełnodostępnym z priorytetami.

Podsumowanie rozdziału

W rozdziale 4.1 przedstawiono propozycję modyfikacji Mechanizmu CB do postaci Mechanizmu CB+P(+GT), która zakłada utrzymanie podziału cyklu na fazy, które różnią się priorytetami obsługi poszczególnych strumieni. Końcowy okres danej fazy może posiadać tzw. *okres ochronny* (ang. *Guard Time*, GT), w którym obsługiwane są wyłącznie pakiety ze strumienia o najwyższym priorytecie. Celem wprowadzenia tych modyfikacji jest zwiększenie efektywności wykorzystania ogółu zasobów przy nieznacznym zaburzeniu izolacji obsługi strumieni.

W rozdziale 4.2 przedstawiono metodę wyznaczania rozkładu stanu systemu, który w tym przypadku rozumie się jako wektor stanu kolejek dla poszczególnych strumieni. Analizowany jest system z czasem dyskretnym, a metoda analizy jest analogiczna do tej przedstawionej w rozdziale 3.2.1, tj. wykorzystywana jest identyczność rozkładów stanu systemu w ramach kolejnych cykli oraz macierze przejść między stanami w sąsiednich szczelinach. Główną różnicą jest to, że w tym systemie obserwowany jest jednocześnie stan kolejek dla wszystkich strumieni – pakiet z kolejki o niższym priorytecie może zostać pobrany do obsługi, jeśli kolejki o wyższym priorytecie są puste. Przedstawiono formalny sposób wyznaczania prawdopodobieństw dla macierzy przejść dla systemu, w którym obsługiwanych jest m strumieni pakietów. Rozdział podsumowują przykładowe wyniki prezentujące wybrane własności badanego systemu.

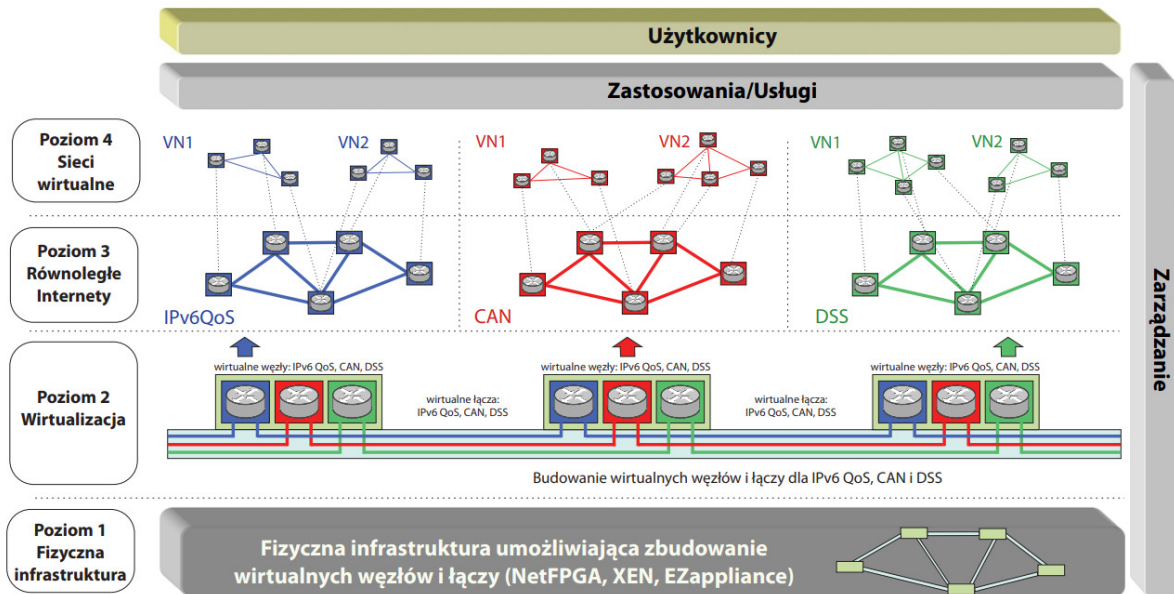
W rozdziale 4.2.2 przedstawiono badania symulacyjne, w których zbadano charakterystyki przekazu pakietów obsługiwanych przez Mechanizm CB, CB+P, CB+P+GT, oraz WRR przy założeniu czasu ciągłego, pod kątem zapewnienia izolacji obsługi. Przyjęto, że dany system zapewnia izolację, jeśli żaden pakiet obsługiwany przez ten system nie doświadcza opóźnienia większego niż te, którego doświadczyłby w systemie z Mechanizmem CB. Badania symulacyjne polegały na wygenerowaniu tego samego strumienia pakietów i obsługiwaniu go w różnych systemach. Następnie porównywano: (i) średnie opóźnienie pakietów, (ii) dystrybuantę różnic opóźnień poszczególnych pakietów względem opóźnień jak w systemie z Mechanizmem CB, (iii) procent czasu przez jaki system wykazywał działanie typu „non-work-conserving”. Rozdział podsumowują wyniki dla przykładowych systemów, w szczególności prezentujące wpływ długości okresów ochronnych (GT) na poziom zaburzenia izolacji.

W rozdziale 4.2.2 podjęto próbę analizy systemu z Mechanizmem CB+P, przy założeniu czasu ciągłego. Przedstawiono metodę wyprowadzenia przybliżonej, łatwej do wyliczenia zależności na średni czas oczekiwania w takim systemie przy założeniu dwóch strumieni pakietów. Jako punkt wyjścia przedstawiono zależności na średni czas oczekiwania w systemach z priorytetami dla dwóch strumieni (z wyższym i niższym priorytetem) a następnie uwzględniono, że z punktu widzenia danego strumienia przez daną część czasu ma on wyższy (a przez pozostałą - niższy) priorytet. Wyniki otrzymane dla przykładowych systemów potwierdziły, że otrzymana zależność dobrze przybliża wartości, gdy cykl jest odpowiednio długi.

5 System IIP jako przykład systemu wykorzystującego technikę wirtualizacji infrastruktury sieciowej

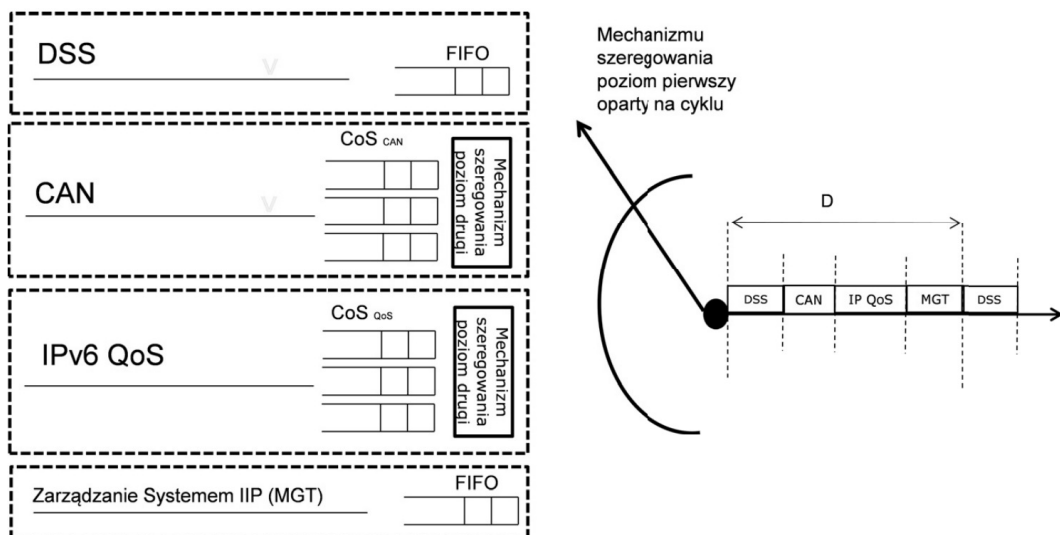
Przykładem systemu, w którym do utworzenia łączy wirtualnych zaimplementowano i zastosowano Mechanizm CB jest System IIP [110], będący wynikiem projektu Inżynieria Internetu Przyszłości [20], [21]. W Systemie IIP zakłada się, iż infrastruktura sieciowa jest wirtualna, budowana na podstawie urządzeń umożliwiających wirtualizację [111], tj., w przypadku tego Systemu, na platformach NetFPGA (ang. *Network Field Programmable Gate Array*), Xen i EZappliance [112]. Ponadto, przyjęto iż na tej infrastrukturze są ustanowione trzy tzw. Równoległe Internety (RI, ang. *Parallel Internet, PI*), różniące się między sobą innymi rozwiązaniami dotyczącymi formatów przesyłanych bloków danych i dotyczącymi sterowania. Te Równoległe Internety to: 1) Sieć RI IPv6 QoS (ang. *Quality of Service*), tj. sieć IPv6 z gwarantowaną jakością przekazu [22], 2) Sieć RI CAN (ang. *Content Aware Network*), tj. sieć świadoma przekazywanej treści [23], 3) Sieć RI DSS (ang. *Data Stream Switching*), tj. sieć z komutacją strumieni danych, bazująca na koncepcji zbliżonej do komutacji kanałów [24]. Architektura Systemu IIP [113] została przedstawiona na Rys. 5.1. W ramach architektury wyróżniono 4 poziomy dotyczące infrastruktury telekomunikacyjnej:

- Poziom 1: Fizyczna infrastruktura – węzły umożliwiający wirtualizację oraz łącza transmisyjne. Komunikacja za pomocą sieci Ethernet;
- Poziom 2: Wirtualizacja – ustanowienie łączy i węzłów wirtualnych;
- Poziom 3: Równoległe Internety – realizacja izolowanych sieci dla poszczególnych RI;
- Poziom 4: Sieci wirtualne – wydzielone sieci wirtualne w ramach danego RI [114].



Rys. 5.1 Architektura Systemu IIP, źr.: [113].

Ruch wysyłany danym łączem fizycznym można podzielić na 4 strumienie pakietów należące do poszczególnych trzech RI oraz sieci zarządzania. Dostęp do łącza fizycznego dla tych strumieni realizowany jest przez Mechanizm CB, który tworzy 4 łącza wirtualne. W ramach poszczególnych RI mogą działać mechanizmy szeregowania poziomu drugiego, właściwe dla danego RI, np. różnicujące obsługę ruchu należącego do różnych klas usług (ang. *Class of Service, CoS*). Opracowane w pracy metody analityczne dotyczą analizy właśnie takiego systemu.



Rys. 5.2 Mechanizm szeregowania pierwszego i drugiego poziomu w Systemie IIP, źr.: [111].

6 Podsumowanie

W pracy przedstawiono analizę systemu obsługi wykorzystującego mechanizm szeregowania pakietów bazujący na cyklu, tj. na cyklicznym przydziale czasu dostępu do łącza fizycznego danemu strumieniowi pakietów. Mechanizm taki został zaimplementowany np. w Systemie IIP do wydzielania izolowanych łączy wirtualnych łączących sąsiednie węzły wirtualne należące do danego Równoległego Internetu. W pracy przebadano następujące wersje tego algorytmu: (i) Mechanizm CB, (ii) Mechanizm CB+P oraz (iii) Mechanizm CB+P+GT. Przedstawione przykładowe wyniki numeryczne jednoznacznie wskazują, że dodanie do Mechanizmu CB priorytetów nieprzerywających, a więc zastosowanie Mechanizmów CB+P oraz CB+P+GT, pozwala na istotne polepszenie charakterystyk opóźnień pakietów, przy nieznacznym poziomie pogorszenia zachowania izolacji pomiędzy łączy wirtualnymi.

W przypadku analizy systemu obsługi z wykorzystaniem Mechanizmu CB (patrz rozdział 3.) przedstawiono dokładną metodę analityczną pozwalającą na wyznaczenie rozkładu stanu systemu oraz (na jego podstawie) wyznaczenia rozkładu czasu oczekiwania oraz poziomu strat pakietów, w przypadku kiedy bufor ma skończoną pojemność. Analizowanym systemem był system z czasem dyskretnym. Rozkład stanu systemu był obliczany numerycznie na podstawie układu równań wynikających z możliwych przejść pomiędzy poszczególnymi stanami.

W przypadku analizy systemu obsługi z wykorzystaniem Mechanizmu CB+P (patrz rozdział 4.) przedstawiono dokładną metodę analityczną pozwalającą na wyznaczenie rozkładu stanu systemu. Analizowanym systemem był również system z czasem dyskretnym. Tak jak poprzednio rozkład stanu systemu był obliczany numerycznie na podstawie układu równań wynikających z możliwych przejść pomiędzy poszczególnymi stanami.

Ponadto, w przypadku analizy analogicznych systemów z czasem ciągłym wyznaczono przybliżone zależności na średni czas oczekiwania w takich systemach oraz pokazano wpływ zastosowania mechanizmu priorytetów na poziom zachowania izolacji parametrów obsługi pakietów.

Poprawność przedstawionych metod analitycznych została również potwierdzona tym, że uzyskane dzięki nim wyniki były zgodne z wynikami symulacyjnymi.

Podsumowując, przedstawione metody analityczne mogą być przydatne przy projektowaniu systemów wykorzystujących wirtualizację i które mają wymagania dotyczące zachowania izolacji pomiędzy poszczególnymi systemami wirtualnymi.

Załącznik A. Opis opracowanych narzędzi symulacyjnych i analitycznych

W celu sprawdzenia poprawności przedstawionych w tej pracy wyprowadzeń przygotowane zostały 3 narzędzia: Dwa symulatory zdarzeniowe symulujące działanie systemu oraz skrypt MATLAB do rozwiązywania wyprowadzonych równań. Jeśli wyniki otrzymane z symulatora oraz wyniki numeryczne z MATLAB pokrywają się, wówczas można wnioskować o poprawności przedstawionych zależności.

Symulator zdarzeniowy z czasem ciągłym i dyskretnym

Pierwszym narzędziem, które zostało zaimplementowane, był symulator zdarzeniowy napisany w języku JAVA [115]. Symulator stopniowo był rozszerzany i modyfikowany, aby ostatecznie oferować następującą funkcjonalność:

- Zestawienie systemu obsługi składającego się z dowolnej liczby strumieni danych (RI), którym dedykowane są niezależne kolejki o dowolnej pojemności
- Przydzielenie dowolnej długości czasów na obsługę poszczególnych RI
- Działanie w trybie czasu ciągłego lub dyskretnego (szczelinowego)
- Generowanie pakietów zgodnie z procesem Poissona o danej intensywności
- Zastosowanie mechanizmu szeregowania CB, CB+P, CB+P+GT, WRR²⁸
- Zbieranie statystyk pojedynczych pakietów (opóźnień i strat), obciążenia systemu (per szczelina oraz całościowo), proporcji czasu kiedy system zachowywał się jak „non-work-conserving”
- Zbieranie rozkładów i wartości średnich stanu systemu i kolejki, czasów oczekiwania, prawdopodobieństwa straty pakietu
- Wykonanie wybranej liczby powtórzeń symulacji celem wyznaczenia przedziałów ufności otrzymanych wyników

Przy pomocy symulatora wykonano m.in. badania przedstawione w rozdziałach 3.3 i 4.2. Badania te nie byłyby możliwe do wykonania w symulatorze z czasem dyskretnym.

²⁸ W głównej gałęzi kodu (ang. *master*) – tylko CB i CB+P; warianty implementacji znajdują się w oddzielnych gałęziach repozytorium (ang. *branches*).

Symulator zdarzeniowy z czasem dyskretnym

Ponieważ duża część wykonanej pracy dotyczyła systemu działającego z czasem dyskretnym, tj. szczylinowym, przygotowany został także uproszczony symulator, który działa wyłącznie z czasem dyskretnym [116]. Prace badawcze wykonane w trakcie analizy systemu miały dużo szerszy zakres niż zostało to przedstawione w tej rozprawie - część z nich okazała się „ślepią uliczką”, część miała potwierdzić pewne intuicje. Różne koncepcje spojrzenia na system (np. zagadnienia związane z synchronizacją cyklu na różnych łączach fizycznych [117]) wymagały ciągłych zmian działania symulatora, a rozbudowany symulator [115] był trudny w modyfikacji. Wersję symulatora z czasem dyskretnym – dużo prostszą w implementacji, z mniejszą ilością kodu źródłowego i zależności – można już było w prosty sposób modyfikować. Symulator oferuje następującą funkcjonalność:

- Zestawienie systemu obsługi składającego się z dwóch strumieni danych (RI), którym dedykowane są niezależne kolejki o dowolnej pojemności
- Przydzielenie dowolnej długości czasów na obsługę poszczególnych RI (liczone w szczylinach, liczby całkowite)
- Działanie w trybie czasu dyskretnego (szczylinowego)
- Zastosowanie mechanizmu szeregowania CB, CB+P²⁹
- Zbieranie rozkładów i wartości średnich stanu systemu i kolejki, czasów oczekiwania oraz prawdopodobieństwa strat pakietów

Przy pomocy symulatora wykonano m.in. badania potwierdzające wyniki otrzymane z analizy przedstawione w rozdziałach 3.2 i 4.1.

Skrypty Matlab

W celu wykonania obliczeń przedstawionych w tej pracy przygotowano zestaw skryptów Matlab. W [118] przedstawiono przykładowy zestaw plików, który umożliwia wyznaczenie rozkładu stanu systemu dla systemu zarządzanego Mechanizmem CB+P z dwoma strumieniami pakietów, gdzie pakiety napływają zgodnie z procesem Poissona o wybranych intensywnościach napływu. Aby wyznaczyć taki rozkład, należy uruchomić plik *computeDistribution.m* – parametry systemu oraz napływu edytuje się w tym pliku. Dwa pozostałe pliki to pliki pomocnicze – jeden zwraca prawdopodobieństwa przejść między dwoma stanami w ramach jednej szczyliny, drugi przekształca wektor w macierz.

²⁹ W głównej gałęzi kodu (ang. *master*) – tylko CB. Wariant CB+P w oddzielnej gałęzi kodu.

Literatura

- [1] P. Krawiec, M. Sosnowski, J. M. Batalla, C. X. Mavromoustakis, G. Mastorakis, E. Pallis, "Survey on Technologies for Enabling Real-Time Communication in the Web of Things," *Beyond the Internet of Things: Everything Interconnected*, J. Mongay Batalla i inni, Red., pp. 323-339, Springer International Publishing, 2017.
- [2] P. Krawiec, M. Sosnowski, J. Mongay Batalla, C. X. Mavromoustakis, and G. Mastorakis, "DASCo: dynamic adaptive streaming over CoAP," *Multimedia Tools and Applications*, vol. 77, no. 4, pp. 4641-4660, 2018.
- [3] A. Binczewski, B. Belter, Ł. Łopatowski, M. Giertych, W. Burakowski, H. Tarasiuk, A. Bęben, M. Sosnowski, P. Krawiec, J. Granat, P. Wiśniewski, W. Szymak, A. Grzech, P. Świątek, P. Schauer, R. Adamkiewicz, J. Woźniak, K. Gierłowski, W. Gumiński, K. Nowicki, A. Chydzinski, B. Adamczyk, D. Samociuk, A. Brachman, "Infrastruktura PL-LAB2020," *Przegląd Telekomunikacyjny i Wiadomości Telekomunikacyjne*, vol. 12, pp. 1399-1404, 2015.
- [4] W. Burakowski, A. Bęben, M. Sosnowski, D. Więcek, I. Michalski, J. Woźniak, K. Gierłowski, M. Hoeft, P. Schauer, A. Warzyński, M. Natkaniec, P. Boryło, A. Binczewski, B. Belter, M. Furmann, "Planowane krajowe laboratorium badawcze sieci i usług 5G wraz z otoczeniem," *Przegląd Telekomunikacyjny i Wiadomości Telekomunikacyjne*, vol. 4, pp. 20-25, 2022.
- [5] N. M. M. K. Chowdhury, R. Boutaba, "Network virtualization: state of the art and research challenges," *IEEE Communications Magazine*, vol. 47, no. 7, pp. 20-26, 2009.
- [6] I. Rubin, "Access-control disciplines for multi-access communication channels: Reservation and TDMA schemes," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 25, no. 5, pp. 516-536, 1979.
- [7] W. Burakowski, H. Tarasiuk, A. Bęben, M. Sosnowski, P. Krawiec, P. Wiśniewski, "W kierunku Internetu Przyszłości: Równoległe Internety," *Przegląd Telekomunikacyjny i Wiadomości Telekomunikacyjne*, Vol 2-3, ISSN 1230-3496, pp. 80-86, 2015.
- [8] T. Zahariadis i inni, "Towards a Future Internet Architecture," w *The Future Internet. FIA 2011. Lecture Notes in Computer Science*, vol. 6656, Springer, Berlin, Heidelberg, 2011.
- [9] G. Sallai, "Chapters of Future Internet research," *2013 IEEE 4th International Conference on Cognitive Infocommunications (CogInfoCom)*, pp. 161-166, 2013.
- [10] A. Gupta and R. K. Jha, "A Survey of 5G Network: Architecture and Emerging Technologies," *IEEE Access*, vol. 3, pp. 1206-1232, 2015.
- [11] K. Qu, W. Zhuang, Q. Ye, X. Shen, X. Li., J. Rao, "Traffic engineering for service-oriented 5G networks with SDN-NFV integration," *IEEE Network*, vol. 34, no. 4, pp. 234-241, 2020.
- [12] M. Z. Chowdhury, M. Shahjalal, S. Ahmed, Y. M. Jang, "6G Wireless Communication Systems: Applications, Requirements, Technologies, Challenges, and Research Directions," *IEEE Open Journal of the Communications Society*, vol. 1, pp. 957-975, 2020.
- [13] X. Shen, J. Gao, W. Wu, M. Li, C. Zhou, W. Zhuang, "Holistic Network Virtualization and Pervasive Network Intelligence for 6G," *IEEE Communications Surveys & Tutorials*, vol. 24, no. 1, pp. 1-30, 2022.
- [14] M. P. Libório, P. I. Ekel, R.d. Lyrio i inni. "Expand or Oversize? Planning Internet Access Network in a Demand Growth Scenario," *Journal of Network and Systems Management*, vol. 28, pp. 1820-1838, 2020.
- [15] M. Hunukumbure, J. P. Coon, B. Allen, T. Vernon, "Basics of Network Dimensioning and Planning," *The Technology and Business of Mobile Communications: An Introduction*, IEEE, pp.173-217, 2022.
- [16] R. Rondón, A. Mahmood, S. Grimaldi and M. Gidlund, "Understanding the Performance of Bluetooth Mesh: Reliability, Delay, and Scalability Analysis," *IEEE Internet of Things Journal*, vol. 7, no. 3, pp. 2089-2101, 2020.

- [17] M. Sosnowski, A. Bęben, A. Bąk, and D. Zawisłak, "Algorytm sterowania węzłami pośredniczącymi sieci BLE MESH dla systemów Internetu Rzeczy," *Przegląd Telekomunikacyjny i Wiadomości Telekomunikacyjne*, vol. XCII, no. 7/2019, pp. 548–552, 2019.
- [18] A. Bęben, A. Bąk, M. Sosnowski, "Efficient relay node management method for BLE MESH networks," *International Journal of Electronics and Telecommunications*, vol. 66, no. 1, pp. 29-35, 2020.
- [19] W. Burakowski, A. Bęben, H. Van Den Berg, J. W. Bosman, G. Hasslinger, A. Kertesz, S. Latre, R. van der Mei, T. Pflanzner, P. G. Poullie, M. Sosnowski, B. Spinnewyn, and B. Stiller, "Traffic Management for Cloud Federation," in *Autonomous Control for a Reliable Internet of Services*, vol. 10768, I. Ganchev, R. D. van der Mei, H. Van Den Berg, Red., pp. 269–312, 2018.
- [20] W. Burakowski i inni, *Inżynieria Internetu Przyszłości, cz. 1*, Instytut Telekomunikacji PW, Oficyna Wydawnicza PW, ISBN: 978-83-7814-042-9, Warszawa 2012.
- [21] W. Burakowski i inni, *Inżynieria Internetu Przyszłości, cz. 2*, Instytut Telekomunikacji PW, Oficyna Wydawnicza PW, ISBN: 978-83-7814-099-3, Warszawa 2013.
- [22] H. Tarasiuk i inni, "System sygnalizacji oraz scenariusze aplikacyjne w Równoległym Internecie IPv6 QoS," *Przegląd Telekomunikacyjny i Wiadomości Telekomunikacyjne*, no. 8–9, pp. 1580-1591, 2012.
- [23] A. Bęben i inni, "Architektura sieci świadomych treści w systemie IIP," *Przegląd Telekomunikacyjny i Wiadomości Telekomunikacyjne*, no. 8-9, pp. 955-963, 2011.
- [24] G. Danilewicz i inni, "Koncepcja Internetu opartego na komutacji strumieni danych dla Systemu IIP," *Przegląd Telekomunikacyjny i Wiadomości Telekomunikacyjne*, no. 8–9, pp. 972–981, 2011.
- [25] J. van de Belt, H. Ahmadi, L. E. Doyle, "Defining and Surveying Wireless Link Virtualization and Wireless Network Virtualization," *IEEE Communications Surveys & Tutorials*, vol. 19, no. 3, pp. 1603-1627, 2017.
- [26] H. Cao, A. Xiao, Y. Hu, P. Zhang, S. Wu and L. Yang, "On Virtual Resource Allocation of Heterogeneous Networks in Virtualization Environment: A Service Oriented Perspective," *IEEE Transactions on Network Science and Engineering*, vol. 7, no. 4, pp. 2468-2480, 2020.
- [27] P. M. Chen, E. K. Lee, G. A. Gibson, R. H. Katz, D. A. Patterson, "RAID: high-performance, reliable secondary storage," *ACM Computing Surveys*, vol. 26, no. 2, pp. 145–185, 1994.
- [28] A. M. Shooman, M. L. Shooman, "A comparison of RAID storage schemes: Reliability and efficiency," *Proceedings Annual Reliability and Maintainability Symposium*, pp. 1-6, 2012.
- [29] G. Wang, T. S. Eugene Ng, "The impact of virtualization on network performance of amazon EC2 data center," *Proceedings of the 29th conference on Information communications (INFOCOM'10)*, IEEE Press, pp. 1163–1171, 2010.
- [30] P. Leitner, J. Cito, "Patterns in the Chaos—A Study of Performance Variation and Predictability in Public IaaS Clouds," *ACM Transactions on Internet Technology*, vol. 16, no. 3, Article no. 15, pp. 1-23, 2016.
- [31] K. Ye, X. Jiang, D. Ye, D. Huang, "Two Optimization Mechanisms to Improve the Isolation Property of Server Consolidation in Virtualized Multi-core Server," *2010 IEEE 12th International Conference on High Performance Computing and Communications (HPCC)*, pp. 281-288, 2010.
- [32] X. Li, M. A. Salehi, Y. Joshi, M. K. Darwich, B. Landreneau and M. Bayoumi, "Performance Analysis and Modeling of Video Transcoding Using Heterogeneous Cloud Services," *IEEE Transactions on Parallel and Distributed Systems*, vol. 30, no. 4, pp. 910-922, 2019.
- [33] „Rodzaje instancji Amazon EC2,” 2022, [Online], Dostęp: <https://aws.amazon.com/ec2/instance-types/>
- [34] Virtual Bridged Local Area Network, *IEEE Std. 802.1Q-2003*, ISBN 0-7381-3662-X, [Online], Dostęp: <http://it529.groups.et.byu.net/Standards/802.1Q-2003.pdf>

- [35] V. Rajaravivarma, "Virtual local area network technology and applications," *Proceedings The Twenty-Ninth Southeastern Symposium on System Theory*, pp. 49-52, 1997.
- [36] D. Kreutz, F. M. V. Ramos, P. E. Veríssimo, C. E. Rothenberg, S. Azodolmolky, and S. Uhlig, "Software-defined networking: A comprehensive survey," *Proceedings of the IEEE*, vol. 103, no. 1, pp. 14-76, 2015.
- [37] A. Binczewski, B. Belter, Ł. Łopatowski, M. Giertych, Ł. Ogródowczyk, A. Chydziański, D. Samociuk, H. Tarasiuk, M. Sosnowski, P. Wiśniewski, "Laboratorium SDN," *Przegląd Telekomunikacyjny i Wiadomości Telekomunikacyjne*, vol. 12, pp. 1409-1412, 2015.
- [38] R. Mijumbi, J. Serrat, J. Gorricho, N. Bouten, F. De Turck and R. Boutaba, "Network Function Virtualization: State-of-the-Art and Research Challenges," *IEEE Communications Surveys & Tutorials*, vol. 18, no. 1, pp. 236-262, 2016.
- [39] A. M. Alwakeel, A. K. Alnaim and E. B. Fernandez, "Toward a Reference Architecture for NFV," *2019 2nd International Conference on Computer Applications & Information Security (ICCAIS)*, 2019, pp. 1-6.
- [40] "Open vSwitch", [Online], Dostęp: <http://openvswitch.org/>.
- [41] H. Li, G. Shou, Y. Hu and Z. Guo, "Mobile Edge Computing: Progress and Challenges," *2016 4th IEEE International Conference on Mobile Cloud Computing, Services, and Engineering (MobileCloud)*, pp. 83-84, 2016.
- [42] P. Wieżel, A. Bęben, M. Sosnowski, "Ocena wydajności prototypu serwera MEC wykorzystującego procesory ARM CAVIUM," *Przegląd Telekomunikacyjny i Wiadomości Telekomunikacyjne*, vol. 7-8, pp. 1-5, 2022.
- [43] M. Sosnowski, A. Bęben, W. Józwiak, M. Miszewski, "Serwer i platforma MEC," *Przegląd Telekomunikacyjny i Wiadomości Telekomunikacyjne*, vol. 4, 2022, DOI: 10.15199/59.2022.4.50.
- [44] A. Bęben, W. Burakowski, M. Sosnowski, D. Więcek, P. Olender, B. Belter, B. Krakowiak, M. Hoefl, M. Miszewski, A. Chomici, "Implementacja architektury SyMEC," *Przegląd Telekomunikacyjny i Wiadomości Telekomunikacyjne*, vol. 4, 2022, DOI: 10.15199/59.2022.4.48.
- [45] S. Singh, N. Singh, "Containers & Docker: Emerging roles & future of Cloud technology," *2016 2nd International Conference on Applied and Theoretical Computing and Communication Technology (iCATccT)*, pp. 804-807, 2016.
- [46] L. U. Khan, I. Yaqoob, N. H. Tran, Z. Han and C. S. Hong, "Network Slicing: Recent Advances, Taxonomy, Requirements, and Open Research Challenges," *IEEE Access*, vol. 8, pp. 36009-36028, 2020.
- [47] S. Zhang, "An Overview of Network Slicing for 5G," *IEEE Wireless Communications*, vol. 26, no. 3, pp. 111-117, 2019.
- [48] X. Yang, Y. Liu, I. C. Wong, Y. Wang, L. Cuthbert, "Effective isolation in dynamic network slicing," *2019 IEEE Wireless Communications and Networking Conference (WCNC)*, pp. 1-6, 2019.
- [49] A. J. Gonzalez i inni, "The Isolation Concept in the 5G Network Slicing," *2020 European Conference on Networks and Communications (EuCNC)*, pp. 12-16, 2020.
- [50] J. Ordonez-Lucena i inni, "Network slicing in for 5G with SDN/NFV: Concepts, Architectures, and Challenges," *IEEE Communications Magazine*, vol. 55, no. 5, pp. 80-87, 2017.
- [51] E. Lutz, M. Werner, A. Jahn, *Satellite Systems for Personal and Broadband Communications*, Springer, ISBN 978-3-642-59727-5, 2000.
- [52] Link Aggregation Control Protocol (LACP), *IEEE Std 802.1AX-2008 IEEE Standard for Local and Metropolitan Area Networks — Link Aggregation*, IEEE Standards Association, ISBN 978-0-7381-5794-8, 2008.

- [53] A. Paff, "Hybrid fiber/coax in the public telecommunications infrastructure," *IEEE Communications Magazine*, vol. 33, no. 4, pp. 40-45, 1995.
- [54] K. Nosu, H. Toba, K. Iwashita, "Optical FDM transmission technique," *Journal of Lightwave Technology*, vol. 5, no. 9, pp. 1301-1308, 1987.
- [55] R. Pickholtz, D. Schilling, L. Milstein, "Theory of Spread-Spectrum Communications – A Tutorial," *IEEE Transactions on Communications*, vol. 30, no. 5, pp. 855-884, 1982.
- [56] W. C. Y. Lee, "Overview of cellular CDMA," *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol. 40, no. 2, pp. 291-302, 1999.
- [57] T. Kamijoh, M. Kashima, H. Tamai, M. Sarashina, H. Iwamura, G. C. Gupta, "CDM-technologies for next generation optical access networks," *2009 Conference on Optical Fiber Communication*, pp. 1-3, 2009.
- [58] G. Cincotti, N. Kataoka, N. Wada, K. Kitayama, "Future passive optical networks: Can CDM beat WDM?," *2010 Future Network & Mobile Summit*, pp. 1-8, 2010.
- [59] C. E. Shannon, "A Mathematical Theory of Communication," *The Bell System Technical Journal*, vol. 27, pp. 379-423, 1948.
- [60] W. Kabaciński, M. Żal, Sieci telekomunikacyjne, Wydawnictwa Komunikacji i Łączności, Warszawa, ISBN 978-83-206-1716-0, 2008.
- [61] P. Bocker, ISDN The Integrated Services Digital Network: Concepts, Methods, Systems, Springer Berlin Heidelberg, ISBN 978-3-662-08036-8, 1988.
- [62] H. Schneider, "The concept of virtual paths and virtual channels in ATM-networks," *International Zurich Seminar on Digital Communications, Electronic Circuits and Systems for Communications*, pp. 63-72, 1990.
- [63] Y. Sato, K. I. Sato, "Virtual path and link capacity design for ATM networks," *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, vol. 9, no. 1, pp. 104-111, 1991.
- [64] W. Burakowski, M. Dąbrowski, "Wielousługowa sieć IP QoS: architektura i praktyczna weryfikacja w sieci pilotowej", *Przegląd Telekomunikacyjny i Wiadomości Telekomunikacyjne*, no.5, pp. 300-309, 2002.
- [65] Xipeng Xiao, A. Hannan, B. Bailey, L. M. Ni, "Traffic engineering with MPLS in the Internet," *IEEE Network*, vol. 14, no. 2, pp. 28-33, 2000.
- [66] Repozytorium kodu źródłowego jądra Linuxa – mechanizmy szeregowania, [Online], Dostęp: <https://git.kernel.org/pub/scm/linux/kernel/git/stable/linux.git/tree/net/sched>
- [67] Y. He, G. Han, M. Xum M. Martínez-García, "A Pseudo-Packet Scheduling Algorithm for Protecting Source Location Privacy in the Internet of Things," *IEEE Internet of Things Journal*, (Early Access), 2021.
- [68] K. Noda, Y. Ito, "Proposal of Multi-path TCP Packet Scheduler to Adjust Trade-off between QoS Fluctuation and throughput for WebQoE Improvement," *2019 IEEE 4th International Conference on Computer and Communication Systems (ICCCS)*, pp. 493-496, 2019.
- [69] A. Kumar, A. Abdelhadi, C. Clancy, "A Delay Optimal Multiclass Packet Scheduler for General M2M Uplink," *IEEE Systems Journal*, vol. 13, no. 4, pp. 3815-3826, 2019.
- [70] J. C. R. Bennett, H. Zhang, "Hierarchical packet fair queueing algorithms," *IEEE/ACM Transactions on Networking*, vol. 5, no. 5, pp. 675-689, 1997.
- [71] S. Keshav, An Engineering Approach to Computer Networking: ATM Networks, the Internet, and the Telephone Network, Addison-Wesley Longman Publishing Co., Inc., Boston, MA, USA, 1997.

- [72] M. Katevenis, S. Sidiropoulos, C. Courcoubetis, "Weighted round-robin cell multiplexing in a general-purpose ATM switch chip," *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, vol. 9, no. 8, pp. 1265-1279, 1991.
- [73] M. Shreedhar, G. Varghese, "Efficient fair queueing using deficit round-robin," *IEEE/ACM Transactions on Networking*, vol. 4, no. 3, pp. 375-385, 1996.
- [74] D. G. Kendall, "Stochastic Processes Occurring in the Theory of Queues and Their Analysis by the Method of the Imbedded Markov Chain," *The Annals of Mathematical Statistics*, vol. 24, no. 3, pp. 338-354, 1953.
- [75] N. Tian and Z. G. Zhang, *Vacation Queueing Models: Theory and Applications* (International Series in Operations Research & Management Science), Springer-Verlag New York, Inc., Secaucus, NJ, USA, 2006.
- [76] M. Beckmann, C. B. McGuire and C. B. Winsten, *Studies in the economics of transportation*. Yale University Press, New Haven, Connecticut, 1955.
- [77] D. R. McNeil, "A solution to the fixed-cycle traffic light problem for compound Poisson arrivals," *Journal of Applied Probability*, vol. 5, no. 3, pp. 624-635, 1968.
- [78] G. F. Newell, "Queues for a Fixed-Cycle Traffic Light," *The Annals of Mathematical Statistics*, vol. 31, no. 3, pp. 589-597, 1960.
- [79] G. F. Newell, "Approximation Methods for Queues with Application to the Fixed-Cycle Traffic Light," *SIAM Review*, vol. 7, no. 2, pp. 223-240, 1965.
- [80] N. P. Dellaert, *Production to order: Models and rules for production planning*, Springer, 1989.
- [81] M. J. A. Eenige, *Queueing Systems with Periodic Service*, Thesis, Technische Universiteit Eindhoven, Netherlands, 1996.
- [82] A. Chydzński, B. Adameczyk, "Analysis of a scheduler for virtualization of links with performance isolation," *Applied Mathematics & Information Sciences*, vol. 8, no. 6, pp. 2653-2666, 2014.
- [83] W. Burakowski, M. Sosnowski, "Analysis of the Discrete-time Multi-queue System with a Cycle-based Scheduler," *Journal of Telecommunications and Information Technology*, vol. 2, pp. 68-76, 2021.
- [84] D. G. Kendall, "Some problems in the theory of queues," *Journal of the Royal Statistical Society, Series B*, vol. 13, no. 2, pp. 151-185, 1951.
- [85] D. V. Lindley, "The theory of queues with a single server," *Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society*, vol. 48, no. 2, pp. 277-289, 1952.
- [86] Y. Dodge, *The concise encyclopedia of statistics*, New York: Springer, 2008.
- [87] J. Rojo, "On Tail Categorization of Probability Laws," *Journal of the American Statistical Association*, vol. 91, no. 433, pp. 378-84, 1996.
- [88] B. Vinck and H. Brunel, "Relationships between delay and buffer contents in ATM queues," *Electronic Letters*, vol. 31, no. 12, 1995.
- [89] D. Gross, C. M. Harris, *Queueing Theory*, Third Edition, John Wiley & Sons, USA, 1998.
- [90] M. Sosnowski, W. Burakowski. "Analysis of the System with Vacations Under Poissonian Input Stream and Constant Service Times," *Journal of Telecommunications and information technology*, vol. 3, 2013.
- [91] F. Pollaczek, "Über eine Aufgabe der Wahrscheinlichkeitstheorie," *Mathematische Zeitschrift*, vol. 32, pp. 64-100, 1930.
- [92] A. Y. Khintchine, "Mathematical theory of a stationary queue," *Matematicheskii Sbornik*, vol. 39, no. 4, pp. 73-84, 1932.

- [93] S. W. Fuhrmann and Robert B. Cooper. "Stochastic Decompositions in the M/G/1 Queue with Generalized Vacations," *Operations Research*, vol. 33, no. 5, pp. 1117–1129, 1985.
- [94] M. Sosnowski, "Przybliżona metoda wyznaczania długości bufora w systemie z wakacjami z napływem Poissona i stałym czasem obsługi," *Przegląd Telekomunikacyjny i Wiadomości Telekomunikacyjne*, vol. 8-9, pp. 1021-1029, 2014.
- [95] E. Harahap, D. Darmawan, Y. Fajar, R. Ceha, A. Rachmiatie, "Modeling and simulation of queue waiting time at traffic light intersection," *Journal of Physics: Conference Series*, vol. 1188, pp. 1-11, 2019.
- [96] A. Chydziański, "Analysis of the scheduling mechanism for virtualization of links with partial isolation," *Applied Mathematics And Computation*, vol. 2016, no. 281, pp. 39-54, 2016.
- [97] T. Fortuna, A. Chydzinski, "Scheduler for Virtualization of Links with Partial Performance Isolation," *Computer Networks. Communications in Computer and Information Science*, vol. 370, A. Kwiecień, P. Gaj, P. Stera, Red., Springer, Berlin, 2013.
- [98] T. Fortuna, A. Chydziański, "Virtualization of Links with Partial Isolation and a Packet-Wise Policy," *International Journal Of Computers And Communications*, vol. 8, pp. 49-56, 2014.
- [99] M. Sosnowski, W. Burakowski, "Analysis of a cycle-based scheduler with time alternating priorities," *Prace Naukowe Wydziału Elektroniki i Technik Informacyjnych Politechniki Warszawskiej*, vol. 1, A. Jakubiak, Red., pp. 173–186, 2020.
- [100] L. Kleinrock, *Queueing Systems, Volume I: Theory*, John Wiley & Sons, New York, 1975.
- [101] L. Kleinrock and H. H. Goldstine. *Queueing Systems. Volume II: Computer applications*. John Wiley and Sons, New York, 1976.
- [102] M. F. Neuts, "Matrix-analytic methods in queuing theory," *European Journal of Operational Research*, vol. 15, pp. 2–12, 1984.
- [103] R. Chakka, "Spectral expansion solution for some finite capacity queues," *Annals of Operations Research*, vol. 79, pp. 27-44, 1998.
- [104] D. Tsarapkina, D. Jeffrey, "Exploring Rounding Errors in Matlab Using Extended Precision," *Procedia Computer Science*, vol. 29, pp. 1423-1432, 2014.
- [105] A. Fernandez, "On the isolation of several work-conserving scheduling policies," *Proceedings Eight International Conference on Computer Communications and Networks*, pp. 188-192, 1999.
- [106] D. K. Dang, A. Mifdaoui, "Timing Analysis of TDMA-Based Networks Using Network Calculus and Integer Linear Programming," *2014 IEEE 22nd International Symposium on Modelling, Analysis & Simulation of Computer and Telecommunication Systems*, pp. 21-30, 2014.
- [107] J. Lin, C. Chou and C. Liu, "Performance Evaluation for Scheduling Algorithms in WiMAX Network," *22nd International Conference on Advanced Information Networking and Applications - Workshops (aina workshops 2008)*, 2008, pp. 68-74, doi: 10.1109/WAINA.2008.151.
- [108] W. Burakowski, M. Sosnowski, "On cycle based schedulers with time alternating priorities," *27th International Telecommunication Networks and Applications Conference (ITNAC)*, Melbourne, Australia, 2017.
- [109] J. D. C. Little, "A proof for the queuing formula: $L = \lambda W$," *Operations Research*, vol. 9, no. 3, pp. 383–387, 1961.
- [110] W. Burakowski, "Virtualized network infrastructure supporting coexistence of Parallel Internets," *13th ACIS International Conference on Software Engineering, Artificial Intelligence, Networking and Parallel/Distributed Computing (SNPD 2012)*, 2012.

- [111] W. Burakowski i inni, "Idealne urządzenie umożliwiające wirtualizację infrastruktury sieciowej w Systemie IIP", *Przegląd Telekomunikacyjny i Wiadomości Telekomunikacyjne*, no 8-9, pp. 818-823, 2011.
- [112] P. Zwierko i inni, "Platformy wirtualizacji dla Systemu IIP," *Przegląd Telekomunikacyjny i Wiadomości Telekomunikacyjne*, no. 8-9, pp. 824-831, 2011.
- [113] W. Burakowski, H. Tarasiuk, A. Bęben, "Architektura Systemu IIP," *Przegląd Telekomunikacyjny i Wiadomości Telekomunikacyjne*, no. 8-9, pp. 720-722, 2011.
- [114] A. Fischer, J. F. Botero, M. T. Beck, H. de Meer, X. Hesselbach, "Virtual Network Embedding: A Survey," *IEEE Communications Surveys & Tutorials*, vol. 15, no. 4, pp. 1888-1906, 2013.
- [115] M. Sosnowski, "Repozytorium kodu symulatora dla systemu z wakacjami," 2022. [Online]. Dostęp: <https://github.com/Macko-Kadi/SystemWithVacationsSimulator>
- [116] M. Sosnowski, "Repozytorium kodu symulatora dla dyskretnego systemu CB / CB+P," 2022. [Online]. Dostęp, <https://github.com/Macko-Kadi/CycleBasedScheduler-Discrete>
- [117] M. Sosnowski, W. Burakowski, "Synchronizacja łączy wirtualnych zarządzanych metodą szeregowania opartą na cyklu", *Przegląd Telekomunikacyjny+Wiadomości Telekomunikacyjne*, Vol 8-9, 2017, ISSN 2449-7487, DOI:10.15199/59.2017.8-9.69
- [118] M. Sosnowski, "Repozytorium kodu do obliczeń rozkładu w systemie CB+P," 2022. [Online]. Dostęp: https://github.com/Macko-Kadi/system_state_CB-P

Wykaz skrótów

ATM	<i>Asynchronous Transfer Mode</i>
CAN	<i>Content Aware Network</i>
CB	<i>Cycle-Based</i>
CB+P	<i>Cycle-Based with time alternating Priorities</i>
CB+P+GT	<i>Cycle-Based with time alternating Priorities and Guard Times</i>
CDF	<i>Cumulative distribution function</i>
CDM	<i>Code-Division Multiplexing</i>
CoS	<i>Class of Service</i>
COTS	<i>Commercial Off-The-Shelf</i>
CPU	<i>Central Processing Unit</i>
DRR	<i>Deficit Round Robin</i>
DSS	<i>Data Stream Switching</i>
FCFS	<i>First Come - First Served</i>
FDM	<i>Frequency-Division Multiplexing</i>
FIFO	<i>First In – First Out</i>
GPU	<i>Graphics Processing Units</i>
GT	<i>Guard Time</i>
HDD	<i>Hard Disc Drive</i>
IIP	<i>Inżynieria Internetu Przyszłości</i>
IP	<i>Internet Protocol</i>
IPv4	<i>Internet Protocol version 4</i>
IPv6	<i>Internet Protocol version 6</i>
ISDN	<i>Integrated Services Digital Network</i>
LIFO	<i>Last In – First Out</i>
MEC	<i>Multi-access Edge Computing</i>
MPLS	<i>Multiprotocol Label Switching</i>
MPLS-TE	<i>MPLS Traffic Engineering</i>
netFPGA	<i>(Network) Field Programmable Gate Array</i>
NFV	<i>Network Function Virtualization</i>
OvS	<i>Open vSwitch</i>
PI	<i>Parallel Internet</i>
PSTN	<i>Public Switched Telephone Network</i>

QoS	<i>Quality of Service</i>
RAM	<i>Random Access Memory</i>
RAID	<i>Redundant Array of Independent Disks</i>
RI	<i>Równoległy Internet</i>
SDN	<i>Software Defined Network</i>
SSD	<i>Solid-State Drive</i>
TCP	<i>Transmission Control Protocol</i>
TDM	<i>Time Division Multiplexing</i>
UDP	<i>User Datagram Protocol</i>
VLAN	<i>Virtual Local Area Network</i>
VM	<i>Virtual Machine</i>
VNF	<i>Virtual Network Functions</i>
WDM	<i>Wavelength Division Multiplexing</i>
WRR	<i>Weighted Round Robin</i>

Wykaz symboli i oznaczeń

Symbol/ oznaczenie	Znaczenie symbolu/oznaczenia	Komentarz
$A_k^{m,i}$	Prawdopodobieństwo, że w i -tej szczelinie napłynie k pakietów z m -tego strumienia	
B, B_m	Pojemność bufora, pojemność bufora dla m -tego strumienia	
C	Przepływność łącza fizycznego	
$D(n)$	Prawdopodobieństwo, że pakiet przebywał w systemie n szczelin czasowych	W rozdziale 4.2.1 oznacza moment wyjścia (ang. <i>departure</i>) n -tego pakietu z systemu
$d_n(i)$	Numer szczeliny, w której rozważany pakiet napłynął do systemu	Równanie (3.20)
$d_{n_A}(i)$	Liczba szczelin należących do okresów aktywności, liczonych między momentem przyjścia pakietu, a momentem opuszczenia przez niego systemu	Równanie (3.21)
$E[X]$	Wartość średnia zmiennej losowej X	
h	Czas obsługi pakietu	
K	Liczba szczelin aktywności obsługi	Dla Mechanizmu CB
L	Długość pakietu	
M	Liczba strumieni pakietów oraz kolejek w obsługiwanym systemie	
M_i, M_A, M_V	Macierze zawierające prawdopodobieństwa przejść między stanami w i -tej szczelinie, w szczelinie okresu aktywności, w szczelinie okresu wakacji	Dla Mechanizmu CB
M_i, M_{p_m}	Macierze zawierające prawdopodobieństwa przejść między stanami w i -tej szczelinie, w okresie trwania m -tej fazy	Dla Mechanizmu CB+P
M_Z	Macierz zastępcza opisująca prawdopodobieństwa przejść między stanami za okres cyklu	Dla Mechanizmu CB i CB+P
N	Liczba szczelin w cyklu	
n_i	Zmienna losowa opisująca stan systemu w i -tej szczelinie	Dla Mechanizmu CB

$n_{m,i+1}^{Arr}$	Zmienna losowa opisująca liczbę pakietów napływających do m -tego systemu w i -tej szczelinie	Dla Mechanizmu CB+P
P_{loss}	Prawdopodobieństwo straty pakietu	Rozdział 3.2.3
$Q_i(n)$	Prawdopodobieństwo, że w i -tej szczelinie w kolejce znajduje się n pakietów	Dla Mechanizmu CB
$q_{m,i}$	Liczba pakietów w m -tej kolejce w i -tej szczelinie	Dla Mechanizmu CB+P
T_A, T_N	Czas aktywności i braku aktywności urządzenia obsługującego	Dla Mechanizmu CB
T_m	Czas przeznaczony dla obsługi m -tego strumienia z najwyższym priorytetem	Dla Mechanizmu CB+P
V	Liczba szczelin okresu wakacji	Dla Mechanizmu CB
$X_i(n)$	Prawdopodobieństwo, że w i -tej szczelinie w systemie znajduje się n pakietów	Dla Mechanizmu CB
ρ	Obciążenie systemu	
λ, λ_m	Intensywność napływu, intensywność napływu dla m -tego strumienia	
$\alpha_{m,i}$	Parametr określający, czy w i -tej szczelinie został pobrany pakiet z m -tej kolejki	Równanie (4.4)
$\Delta_{WRR}^n, \Delta_{CB+P}^n$	Różnica opóźnienia jakiego doświadcza n -ty pakiet w przypadku gdyby był obsługiwany przez mechanizm WRR / CB+P	Równanie (4.5)

Spis rysunków

Rys. 2.1 Różne możliwości odwzorowania zasobów wirtualnych na zasoby fizyczne.....	13
Rys. 2.2 Dysk logiczny utworzony z dwóch dysków fizycznych (RAID 0)	14
Rys. 2.3 Sieć VLAN.....	15
Rys. 2.4 Funkcje sieciowe zastępujące dedykowane urządzenia.....	16
Rys. 2.5 Multipleksacja FDM, TDM, CDM.	18
Rys. 3.1 Węzeł sieci wykorzystujący mechanizm szeregowania bazujący na cyklu.....	21
Rys. 3.2 Analizowany system obsługujący M niezależnych strumieni pakietów.....	25
Rys. 3.3 Badany system z punktu widzenia stumienia nr m	26
Rys. 3.4 Szczeliny czasowe w cyklu.....	27
Rys. 3.5 Proces napływu i obsługi pakietów w systemie.....	27
Rys. 3.6 Rozkład stanu systemu $\lambda = 0,1$	33
Rys. 3.7 Rozkład stanu systemu ($\lambda = 0,25$).....	34
Rys. 3.8 Rozkład stanu systemu $\lambda = 0,3$	34
Rys. 3.9 Rozkład stanu systemu, napływ zgodny z rozkładem geometrycznym.....	36
Rys. 3.10 Rozkład stanu systemu, napływ paczki zgodny z rozkładem dwupunktowym.	36
Rys. 3.11 Porównanie wyników dla rozkładów geometrycznego i dwupunktowego.....	37
Rys. 3.12 Wartość oczekiwana i wariancja liczby pakietów w i -tej szczelinie.	37
Rys. 3.13 Rozkład stanu systemu, bufor o pojemności $B = 10$	39
Rys. 3.14 Rozkład stanu systemu, bufor o pojemności $B = 8$	39
Rys. 3.15 Rozkład stanu systemu, bufor o pojemności $B = 5$	40
Rys. 3.16 Ilustracja parametrów $dn(i)$ oraz $dnA(i)$	42
Rys. 3.17 Ilustracja wyznaczania parametru $dnA(i)$	44
Rys. 3.18 Ilustracja czasu przebywania w systemie.....	46
Rys. 3.19 Ilustracja ewolucji systemu.	51
Rys. 3.20 Rozkład czasu przebywania w systemie. Napływ zgodny z procesem Poissona. ...	52
Rys. 3.21 Rozkład czasu przebywania w systemie. Napływ zgodny z rozkładem dwupunktowym i geometrycznym.	53
Rys. 3.22 Rozkład czasu przebywania w systemie. Bufor o pojemności $B = 5$	54
Rys. 3.23 Prawdopodobieństwo straty pakietu. Różne rozkłady napływu pakietów.....	60
Rys. 3.24 Porównanie systemu pełnodostępnego i systemu z wakacjami.....	61
Rys. 3.25 Porównanie czasów oczekiwania na obsługę pakietów.....	64
Rys. 4.1 Mechanizm z priorytetami szeregowania pakietów oparty na cyklu.....	72

Rys. 4.2 Podział cyklu dla Mechanizmu CB+P+GT obsługującego dwa strumienie.....	73
Rys. 4.3 Łańcuch Markova - przejścia z i do stanu (0,0).....	76
Rys. 4.4 Łańcuch Markova - przejścia z i do stanu (1,1)	76
Rys. 4.5 Zmiana stanu zajętości kolejki - system z wakacjami.	82
Rys. 4.6 Zmiana stanu zajętości kolejki - strumień nr 1.	83
Rys. 4.7 Zaburzenie izolacji, przykład 1.....	86
Rys. 4.8 Zaburzenie izolacji, przykład 2.....	86
Rys. 4.9 Dystrybuanta różnic opóźnień – CB, CB+P, WRR.	89
Rys. 4.10 Dystrybuanta różnic opóźnień – CB, CB+P, CB+P+GT:4, CB+P+GT:8.	90
Rys. 5.1 Architektura Systemu IIP.....	96
Rys. 5.2 Mechanizm szeregowania pierwszego i drugiego poziomu w Systemie IIP.	96

Spis tabel

Tab. 3.1 Prawdopodobieństwo straty pakietu. Napływ zgodny z rozkładem Poissona.	58
Tab. 3.2 Prawdopodobieństwo straty pakietu. Różne rozkłady napływających pakietów.	59
Tab. 3.3 Porównanie średnich czasów oczekiwania (krótki cykl).	67
Tab. 3.4 Porównanie średnich czasów oczekiwania (długi cykl).	67
Tab. 4.1 Prawdopodobieństwa przejść między stanami w dwóch sąsiednich szczelinach (w pierwszej szczelinie wyższy priorytet dla strumienia nr 1).	77
Tab. 4.2 Prawdopodobieństwa przejść między stanami w dwóch sąsiednich szczelinach (w pierwszej szczelinie wyższy priorytet dla strumienia nr 2).	77
Tab. 4.3 Porównanie systemów obsługi pod kątem izolacji.	87
Tab. 4.4 Porównanie różnic opóźnień w systemach CB, CB+P, WRR.	89
Tab. 4.5 Porównanie różnic opóźnień w systemach CB, CB+P, CB+P+GT:4, CB+P+GT:8.	91
Tab. 4.6 Porównanie średnich czasów oczekiwania (1/3).	93
Tab. 4.7 Porównanie średnich czasów oczekiwania (2/3).	93
Tab. 4.8 Porównanie średnich czasów oczekiwania (3/3).	93